

## Агрегированная модель экономического роста, сбалансированного по кредитно-финансовому (банковскому) сектору

**С.А. Агарков**

*Экономический факультет МГТУ, кафедра экономики*

**Аннотация.** В статье рассматривается роль банковского сектора в инвестиционном обеспечении экономического роста промышленного региона. Предложена агрегированная модель, отражающая оптимальное соотношение производственного и банковского секторов.

**Abstract.** The paper considers the bank sector role of the investment maintenance of the economic growth in an industry region. An aggregated model having the optimum correlation between industrial and bank sectors has been given.

### 1. Введение

Принятие решения в реальной задаче управления – задача многосложная, отягощенная к тому же огромным разнообразием альтернатив и ограничений. Это значит, что ответственные решения должны приниматься на основе предварительных оценок и расчетов. Именно поэтому в наше время наблюдается бурный рост математических методов во всех областях целенаправленной человеческой деятельности. Исследование операций представляет собой применение научного метода к сложным проблемам, возникающим в управлении большими системами людей, машин, материалов и денег в промышленности, деловой сфере, государственном управлении, обороне и др. Его характерной особенностью является построение для соответствующей системы научной модели, при помощи которой можно рассчитывать и сравнивать результаты различных решений (*Шикин, Чхартишвили, 2000*).

Устойчивое развитие нами понимается как максимально возможное удовлетворение потребностей живущих в настоящее время людей, сохраняя при этом возможность удовлетворять свои потребности для будущих поколений. Задача экономического управления (планирования) заключается в том, чтобы была реализована наиболее эффективная (оптимальная) траектория на основе конкурентной равновесности, сбалансированного отношения интересов всех групп участников рыночного процесса (*Агарков, 2003*). Поэтому план социально-экономического развития должен учитывать распределение благ на настоящее и будущее потребление на основе такого отношения. Будущее потребление, как известно, обеспечивается инвестициями, или капитальными вложениями.

Оптимальный, с точки зрения потребления, экономический рост нами понимается как разумный компромисс (оптимальная пропорция) между величиной текущего потребления и инвестициями (*Агарков, 2003*). Исследуя роль банковского сектора в формировании оптимальных пропорций экономического роста, нам необходимо не только понять степень его участия и место в экономическом процессе, но и попытаться смоделировать оптимальную структуру финансово-кредитного (банковского) сектора для экономики региона.

По своей сути задача об оптимальных пропорциях потребления и инвестиций относится к макроэкономике, т.е. к агрегированным моделям. Поэтому, моделируя ее для экономики региона (регионального продукта), мы будем использовать два основных фактора производства: труд и капитал (основные производственные фонды). Так как на макроуровне все величины представляются в стоимостном выражении, то региональный валовой продукт нами будет рассматриваться как региональный доход, а потребление и инвестиции – как региональные расходы. Таким образом, нам необходимо рассмотреть региональный экономический рост с точки зрения сбалансированного соотношения основных факторов производства (труда и капитала) и кредитно-денежного (банковского) сектора, призванного обеспечить качественными услугами и инвестициями расширенное воспроизводство регионального выпуска, сохраняя при этом приемлемый уровень собственной рентабельности. Под региональным банковским сектором мы понимаем все банки и филиалы, находящиеся и осуществляющие свою деятельность на территории данного субъекта РФ, независимо от того, являются они самостоятельными местными или же филиалами банков, зарегистрированных в других субъектах федерации.

### 2. Агрегированная модель экономического роста по оптимуму кредитно-финансового (банковского) обслуживания

Согласно общепринятой традиции для агрегированных моделей, введем следующие обозначения:

$Y_r$  – региональный валовой продукт (выпуск) в год  $t$ , где  $t$  – номер года;

$C_r$  – объем регионального валового потребления в год;

$I_r$  – инвестиции (валовые капитальные вложения), необходимые региону для расширенного воспроизводства в год;

$L_r$  – трудовые ресурсы региона (физические лица, задействованные в экономическом обороте региона, включая непродовольственную сферу);

$K_r$  – региональный основной капитал (производственные фонды).

Для банковского сектора региона:

$Y_b$  – региональный суммарный выпуск банковских услуг (банковского сектора региона) в год;

$C_b$  – валовой объем регионального потребления услуг банковского сектора в год;

$I_b$  – инвестиции (финансовые ресурсы), совокупные капитальные вложения банковского сектора в экономику региона в год;

$L_b$  – трудовые ресурсы (физические лица (служащие), задействованные в банковском секторе региона);

$A_b$  – совокупные активы банковского сектора региона (средства, размещенные в экономику региона и приносящие доход банку);

$K_b$  – совокупный капитал банковского сектора (уставной (акционерный) капитал + основные фонды + резервы + нераспределенная прибыль).

Для построения модели введем следующие допущения:

а)  $C_r = C_b$  (весь объем регионального потребления обслуживается банковским сектором региона и является не чем иным, как текущими операциями банка (расчетно-кассовым обслуживанием физических и юридических лиц));

б)  $I_r = I_b$  (воспроизводственная потребность региона в инвестициях полностью покрывается через банковский сектор региона, спрос на инвестиции является платежеспособным, т.е. региональный производственно-хозяйственный комплекс способен оплачивать стоимость инвестиций и возвращать их в срок).

Пусть региональный валовой выпуск определяется с помощью агрегированной производственной функции  $F$ :  $Y_r = F(K_r, L_r)$ , а региональный валовой выпуск услуг банковского сектора с помощью агрегированной производственной функции  $F^*$ :  $Y_b = F^*(A_b, L_r)$ , тогда, учитывая принятые допущения ( $C_r = C_b$ ;  $I_r = I_b$ ), региональный баланс совокупного выпуска можно описать следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} Y_r &= F(K_r, L_r), & Y_r &= C_r + I_r, [0, T]; \\ Y_b &= F^*(A_b, L_b), & Y_b &= C_b + I_b, [0, T], \end{aligned} \quad (1)$$

где  $[0, T]$  – рассматриваемый период времени.

Система уравнений (1) отражает, с одной стороны, соответствие расходов общества его доходам и показывает, что на макроуровне региона ежегодно весь региональный доход делится на текущее потребление и инвестиции, с другой – необходимое соответствие услуг банковского сектора текущему состоянию экономики региона.

Обозначим через  $\alpha$  долю инвестиций в региональном доходе в год  $t$ , тогда  $I_r = \alpha Y_r$ , откуда следует:  $C_r = (1 - \alpha) Y_r$ .

Как известно, валовые капитальные вложения состоят из чистых капитальных вложений, т.е. тех, которые идут на увеличение наличного капитала с целью приращения основных фондов и на замещение изношенного капитала, т.е. на восстановление изношенной части основных производственных фондов (амортизационные отчисления).

Предположим, что основные фонды региона изнашиваются с темпом  $\mu$ , т.е. за год  $t$  из строя выходит  $\mu K_r(t)$  единиц основных (производственных) фондов. Основные (производственные) фонды в начале ( $t$ ) и в конце периода ( $t+1$ ) обозначим через  $K_r(t)$  и  $K_r(t+1)$ , соответственно. Следовательно, приращение основных (производственных) фондов за период  $t$  не что иное как:  $\Delta K_r(t) = K_r(t+1) - K_r(t)$ . Поэтому объем инвестиций, соответствующий расширенному воспроизводству, должен удовлетворять следующему условию:

$$I_r(t) = \Delta K_r(t) + \mu K_r(t), \text{ где } \Delta K_r(t) > 0. \quad (2)$$

Отсюда уравнение, характеризующее динамику чистых капитальных вложений, будет иметь вид:

$$K_r(t+1) = \alpha F(K_r, L_r) + (1 - \mu) K_r(t) \quad | \quad t = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

где  $K_r(t_0)$  – начальные вложения в основные фонды.

Для построения модели управления экономическим ростом, сбалансированного по денежно-кредитному (банковскому) сектору, необходимо определить управляющие параметры, а также задать ограничения по управлению. Поэтому требуется перейти к нормативам, приходящимся на единицу условного трудового ресурса (сокращенно [утр]), так как именно они в рамках поставленной задачи наиболее точно отражают уровень развитости банковского сектора региона и его эффективность, т.е. речь идет о валовых экономических показателях регионального выпуска, включая банковский сектор, в пересчете на одного работника (рабочего, служащего и т.п.), занятого в экономике.

Введем величину  $\lambda$ , характеризующую долю одного [утр] от всего занятого в экономике региона населения  $L_r$  в период  $t$ , т.е.:

$$\lambda = \lambda(t) = 1/L_r(t). \quad (4)$$

Обозначим объем валового выпуска и капиталовооруженность (фондовооруженность), приходящиеся на один [утр], соответственно, через  $y$  и  $k$ , тогда:

$$y(t) = Y_r(t)/L_r(t), \quad k(t) = K_r(t)/L_r(t). \quad (5)$$

Отношение  $Y_r(t)/L_r(t)$  показывает объем регионального валового выпуска, приходящегося на один [утр], что фактически является не чем иным, как региональной производительностью труда. Отношение  $K_r(t)/L_r(t)$  показывает долю совокупного капитала региона, приходящуюся на один [утр], и является капиталовооруженностью (фондовооруженностью) региона.

Введем новую производственную функцию  $f$ , характеризующую один [утр]:

$$f[K_r(t)/L_r(t)] = F[K_r(t)/L_r(t), 1],$$

тогда можно записать:  $y(t) = f(k(t))$ .

Введем величину потребления и инвестиций, приходящиеся на один [утр]:

$$c_r(t) = C_r(t)/L_r(t), \quad i_r(t) = I_r(t)/L_r(t). \quad (6)$$

Тогда уравнение регионального валового выпуска  $Y_r = C_r + I_r$  можно записать для одного [утр] в виде:

$$y_r(t) = c_r(t) + i_r(t), \quad (7)$$

где

$$i_r(t) = \Delta k(t) + \mu k(t). \quad (8)$$

Подставим в уравнение (7) выражение (8), получим:

$$y_r(t) = c_r(t) + \Delta k(t) + \mu k(t). \quad (9)$$

Данное равенство отвечает основному требованию экономического роста, так как учитывает потребление, амортизацию основных фондов (капитала) и необходимый для расширенного воспроизводства прирост капитала<sup>1</sup>.

Для анализа потребления услуг банковского сектора одним [утр] воспользуемся уже известной величиной  $\lambda$  (см. формулу 4).

Обозначим объем валового выпуска услуг и совокупного капитала банковского сектора региона, приходящиеся на один [утр], соответственно, через  $y$  и  $a$ :

$$y(t) = Y_b(t)/L_r(t), \quad a(t) = A_b(t)/L_r(t). \quad (10)$$

Отношение  $A_b(t)/L_r(t)$  показывает долю суммарных активов банковского сектора, работающих в экономике региона в пересчете на один [утр]. Отношение  $Y_b(t)/L_r(t)$  показывает долю суммарных услуг банковского сектора региона в пересчете на один [утр].

Введем новую функцию  $f^*$ , характеризующую один [утр] в банковском секторе региона:

$$f^*[A_b(t)/L_r(t)] = F^*[A_b(t)/L_r(t), 1],$$

тогда можно записать:  $y(t) = f^*a(t)$ .

Таким образом, суммарный объем банковских услуг на один [утр] в год  $t$ , будет состоять из текущих операций  $c_b(t)$  и инвестиций  $i_b(t)$ , где:

$$c_b(t) = C_b(t)/L_r(t), \quad i_b(t) = I_b(t)/L_r(t). \quad (11)$$

Суммарный объем банковских услуг на один [утр] равен:

$$y_b(t) = c_b(t) + i_b(t). \quad (12)$$

Тогда региональный валовой выпуск  $Y_r$ , отражающий расширенное воспроизводство и экономический рост за год  $t$ , сбалансированный по услугам банковского сектора  $Y_b$ , можно описать следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_r(t) = F(K_r, L_r), \\ Y_b(t) = F^*(A_b, L_b), \\ y_r(t) = c_r(t) + \Delta k(t) + \mu k(t) \\ y_b(t) = c_b(t) + i_b(t) \\ Y_r(t)/y_b(t) \rightarrow \min \\ Y_b(t)/y_r(t) \rightarrow \max \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} Y_r(t) = C_r(t) + I_r(t), [0, T] \\ Y_b(t) = C_b(t) + I_b(t), [0, T] \\ y_r(t) = f(k(t)), 0 < c_r(t) < f(k(t)), t=0,1,\dots,T \\ y_b(t) = f^*(a(t)), 0 < c_b(t) < f^*(a(t)), t=0,1,\dots,T \end{array} \right. \quad (13)$$

<sup>1</sup> Уравнение (9) в экономической теории называется "основным уравнением неоклассической модели экономического роста".

- Здесь (13.1) – производственная функция, характеризующая региональный выпуск.  
 (13.2) – производственная функция банковского сектора, характеризующая функциональный процесс (текущие операции (финансовые потоки) + инвестиции) финансово-кредитной системы региона.  
 (13.3) – уравнение экономического роста, описывает необходимый объем потребления и инвестиций в региональном валовом выпуске на один [утр] в год  $t$  для обеспечения экономического роста.  
 (13.4) – уравнение характеризует величину выпуска услуг банковского сектора на один [утр] в год  $t$ , для обеспечения экономического роста.  
 (13.5) – управляющий параметр, характеризующий уровень развитости банковского сектора региона. Чем меньше отношение валового регионального выпуска  $Y_r(t)$  к объему услуг банковского сектора  $y_b(t)$  на один [утр], тем выше доля банковских услуг в валовом региональном выпуске.  
 (13.6) – управляющий параметр эффективности банковского сектора, характеризующий суммарный объем банковских услуг по отношению к валовому региональному выпуску на один [утр]. Чем больше данный показатель, тем выше эффективность банковского сектора.  
 $0 < c_r(t) < f(k(t))$  – ограничение по управлению. Заданное ограничение по функции  $y(t) = f(k(t))$ , которое можно охарактеризовать следующим образом: потребление на один [утр] в момент  $t$  не может быть меньше 0 и больше совокупного регионального выпуска, приходящегося на один [утр] в момент  $t$ .  
 $0 < c_b(t) < f(a(t))$  – ограничение по управлению. Заданное ограничение по функции  $y(t) = f^*(a(t))$ , характеризует ограничение на потребление услуг банковского сектора в пересчете на один [утр], которое не может быть больше, чем объем суммарных работающих активов, приходящихся на один [утр] в момент  $t$ .

Таким образом, экономический смысл данного равенства (системы уравнений) заключается в следующем: региональный банковский сектор должен за время  $t$  выпускать такой суммарный объем банковских услуг  $Y_b$ , чтобы обеспечивать региональное совокупное потребление  $C_r$  и инвестиции  $I_r$ , обеспечивающие расширенное производство и экономический рост.

Для окончательного построения управленческой модели сбалансированного экономического роста необходимо ввести функционал качества, оценивающий уровень банковского обслуживания с точки зрения их полезности для потребителей услуг.

Оптимальным будем считать такое состояние банковской системы, когда функционал качества (функция полезности) принимает максимальное значение, т.е. польза для потребителей услуг банковского сектора максимальна.

Обозначим функцию полезности для конкретного потребителя:  $u = U(Y_b)$ . Так как нам необходимо оценить потребление банковских услуг в разные моменты времени, то важно учесть несовпадение оценок полезностей от потребления услуг в различные моменты времени. С учетом того, что потребление  $c_b$  имеет здесь стоимостное измерение, по правилам сложного процента имеем:  $c_b(t) = (1+p)^t c_0$ . Это есть оценка потребления с точки зрения будущего, которая называется наращением уровня потребления с нормой процента.

Из этой формулы получаем  $c_0 = c_b(t)/(1+p)^t$ . Это есть оценка потребления в момент  $t$  с точки зрения настоящего, называемая дисконтированием уровня потребления с коэффициентом  $1/(1+p)^t$ .

Таким образом, для того чтобы определить функцию полезности валового потребления банковских услуг на всем интервале  $[0, T]$ , необходимо взять в качестве целевого функционала суммарную дисконтированную полезность:

$$U(Y_b) = \sum_{t=0}^T (1/1+p)^t u(y_b(t)). \quad (14)$$

Тогда окончательно агрегированная модель примет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_r(t) = F(K_r, L_r), \\ Y_b(t) = F^*(A_b, L_b), \\ y_r(t) = c_r(t) + \Delta k(t) + \mu k(t) \\ y_b(t) = c_b(t) + i_b(t) \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_r(t) = C_r(t) + I_r(t), [0, T] \\ Y_b(t) = C_b(t) + I_b(t), [0, T] \\ y_r(t) = f(k(t)), 0 < c_r(t) < f(k(t)), t=0,1,\dots,T \\ y_b(t) = f^*(a(t)), 0 < c_b(t) < f(a(t)), t=0,1,\dots,T \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_r(t)/y_b(t) \rightarrow \min \\ Y_b(t)/y_r(t) \rightarrow \max \end{array} \right. \quad (15.5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_r(t)/y_b(t) \rightarrow \max \\ Y_b(t)/y_r(t) \rightarrow \min \end{array} \right. \quad (15.6)$$

$$U(Y_b) = \sum_{t=0}^T (1/1+p)^t u(y_b(t)) \rightarrow \max, \quad (15.7)$$

где (15.7) – целевой функционал качества (функция полезности).

Данная модель (15) показывает, для того чтобы экономическая система региона динамично развивалась в условиях сформировавшихся факторов производства: труда  $L_r$  и капитала  $K_r$  – необходима адекватная денежно-кредитная (банковская) система, способная качественно  $U(Y_b)$  обслуживать

региональный валовой выпуск  $Y_r$ , и обеспечивать инвестициями расширенное воспроизводство. Эта модель нами называется "агрегированная модель экономического роста, сбалансированного по кредитно-финансовому (банковскому) сектору".

### **3. Заключение**

Таким образом, исследование моделей роста не теряет своей актуальности в связи с необходимостью поиска новых концепций и подходов к проблеме устойчивого и сбалансированного развития социально-экономических систем. Попытка оценить банковский сектор с точки зрения его роли в экономическом развитии территорий, на наш взгляд, дает возможность по-новому, через призму индикативных параметров, рассматривать процесс управления социально-экономическим развитием.

### **Литература**

**Агарков С.А.** Стратегические приоритеты инвестиционного развития индустриального региона в условиях реформирования экономики. *М., Экономика*, с. 216, 2003.

**Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г.** Математические методы и модели в управлении. *М., Дело*, с.437, 2000.