Вестник МГТУ, том 9, №2, 2006 г. стр.200-208

Математические модели плоскопараллельного движения судна. Классификация и критический анализ

Ю.И. Юдин[1], И.И. Сотников[2]

[1] *Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения*

[2] *Политехнический факультет МГТУ, кафедра высшей математики и ПО ЭВМ*

(*Публикуется в сокращении. Полный вариант статьи направлен в ВИНИТИ для депонирования, а также доступен на веб-сайте "Вестника МГТУ"*)

Аннотация. В статье рассматриваются существующие математические модели и подходы к математическому моделированию движения судна, разрабатывавшиеся различными авторами, обсуждаются достоинства и недостатки этих моделей, ограничения их области применения, оценивается пригодность к реализации в навигационных тренажерах и системах прогнозирования движения судна, намечаются возможные пути целенаправленной модификации этих математических моделей.

Abstract. Existing mathematical models and approaches for mathematical modeling of vessel's movement developed by different authors have been reviewed in the paper. Advantages and disadvantages of these models, limitations of their field of application have been discussed, their suitability for implementation in navigational simulators and in systems of forecasting of vessel's movement has been assessed, possible ways of purposeful modification of these mathematical models have been marked.

1. Введение

Математическая модель движения судна как управляемой динамической системы в общем случае может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{F}(t, \mathbf{C}, \mathbf{S}(0), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)), \qquad (1)$$

где **F** – оператор, характеризующий данную конкретную математическую модель;
C – вектор постоянных параметров системы, которые характеризуют данное конкретное моделируемое судно;
S(t) – совокупность переменных параметров, описывающих состояние системы в момент времени t. Если рассматривать плоскопараллельное движение судна, можно ограничиться тремя параметрами – координатами x_0 и y_0 и курсовым углом q:

$$\mathbf{S}(t) = (x_0(t), y_0(t), q(t)); \qquad (2)$$

U(t) – управляющие воздействия на систему в разные моменты времени: угол перекладки руля $\delta_R(t)$, частота вращения $n_m(t)$ и шаговое отношение $H/D(t)$ гребного винта, положение регулятора подруливающего устройства $N_{ПУотн}(t)$, который задает его относительную мощность в процентах от максимально возможной:

$$\mathbf{U}(t) = (\delta_R(t), n_m(t), H/D(t), N_{ПУотн}(t)). \qquad (3)$$

L(t) – функция нагрузки на систему, в данном случае распределение всех грузов на судне;
E(t) – функция внешних возмущающих воздействий на систему: глубины во всех точках акватории, скорости и направления ветра и течения, амплитудный и фазовый спектр волнения, а также спектр направлений распространения волн по всем частотам для всех точек акватории во все моменты времени.

С математической моделью (1) связаны следующие хорошо известные из теории классы задач:

1) Прямая задача моделирования: требуется определить эволюцию моделируемой системы, закон изменения переменных параметров **S**(t) во времени при известных **F**, **C**, **U**(t), **L**(t), **E**(t). То есть надо получить ответ на вопрос: ЧТО БУДЕТ, ЕСЛИ…

2) Обратные задачи: нужно выяснить, что было или должно быть на входе системы или в самой системе, чтобы на выходе получилось вполне конкретное поведение системы **S**(t). Нужно получить ответ на вопрос: КАК СДЕЛАТЬ, ЧТОБЫ… Выделяются следующие случаи обратных задач:

2.1) **C** = ? при известных **F**, **S**(t), **U**(t), **L**(t), **E**(t). Это задача проектирования новой управляемой динамической системы – в данном случае нового судна, обладающего требуемыми качествами;

2.2) **F** = ? при известных **C**, **S**(t), **U**(t), **L**(t), **E**(t). Это задача построения новой эмпирической математической модели по уже существующей реальной управляемой динамической системе;

2.3) **U**(t) = ? при известных **C**, **F**, **S**(t), **L**(t), **E**(t). Это задача построения адаптивного алгоритма управления (системы управления, управляющего устройства). Кроме того, к этому классу относится задача прогнозирования движения судна на предмет выполнимости требуемого маневра;

2.4) **L**(t) = ? при известных **C**, **F**, **S**(t), **U**(t), **E**(t) или **E**(t) = ? при известных **C**, **F**, **S**(t), **U**(t), **L**(t). Это задача косвенного измерения нагрузки на систему или внешних возмущающих воздействий через выявление изменений (возмущений) в поведении управляемой системы.

В рамках данной работы в основном исследуется прямая задача моделирования.

2. Специфика задачи моделирования движения судна

В настоящее время существует целый ряд математических моделей движения судна, описанных в литературе (*Войткунский и др.*, 1973; *Гофман*, 1988; *Павленко*, 1979; *Соболев*, 1976; *Справочник…*, 1985; *Тумашик*, 1978; *Федяевский*, *Соболев*, 1963), и все они имеют следующие общие характеристики:

1) модель является непрерывной с конечным числом параметров состояния. Наиболее естественная форма представления такой математической модели – система обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$d^2\mathbf{S} / dt^2 = \mathbf{F}(t, \mathbf{C}, d\mathbf{S} / dt, \mathbf{S}(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)); \qquad (4)$$

2) различают математические модели двух видов:

– чисто эмпирические модели движения одного конкретного судна. Они, как правило, содержат конкретные фиксированные значения коэффициентов, полученных путем простого подбора на основании сравнения результатов моделирования с экспериментальными данными. Такие математические модели совершенно не пригодны для целого ряда задач, например, для задачи проектирования нового типа судна, а адекватность модели сильно зависит от количества и качества натурных экспериментов, проведенных именно с этим конкретным судном. Подробно такие модели в данной работе не рассматриваются;

– полуэмпирические математические модели для некоторых классов судов. Они построены на основании значительно более глубокой систематизации экспериментальных данных по целому ряду судов. Вопросам построения таких математических моделей посвящены труды ряда исследователей – Басина, Мелкозеровой, Першица, Соболева, Гофмана и других авторов (*Васильев*, 1989; *Войткунский и др.*, 1973; *Гофман*, 1988; *Павленко*, 1979; *Соболев*, 1976; *Справочник…*, 1985; *Тумашик*, 1978; *Федяевский*, *Соболев*, 1963), большинство подобных публикаций относятся к 1950-70-м годам. Такие модели позволяют определить не только то, как будет вести себя данное судно в конкретных условиях плавания, но и то, как очевидные и легко измеримые параметры этого судна влияют на его поведение. В дальнейшем рассматриваются только такие модели. Основным отличительным элементом каждой из существующих математических моделей этого типа является способ определения коэффициентов дифференциальных уравнений, отражающих гидродинамические силы на корпусе судна, в зависимости от геометрических параметров корпуса судна;

3) авторами большинства математических моделей движения судна использовался специфический способ получения исходных эмпирических данных: не дорогостоящие натурные эксперименты со всевозможными типами судов, а модельные эксперименты с физическими моделями, представляющими собой уменьшенные макеты корпусов этих судов, в гидролотке, опытовом бассейне, ротативной установке или аэродинамической трубе (более подробно см. *Гофман*, 1988). То есть мы имеем физическое моделирование реального объекта с использованием макетов, и только уже на основании этого физического моделирования осуществляется математическое моделирование. При этом эффект масштаба может являться дополнительным источником модельных погрешностей.

3. Общая структура математических моделей движения судна

Существующие математические модели плоскопараллельного движения судна могут быть представлены в форме (4), которая в более развернутом виде выглядит так:

$$\begin{cases} d^2x_0 / dt^2 = {}_i\sum F_{x0i}\,(t, \mathbf{C}, dx_0 / dt, dy_0 / dt, dq / dt, x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) / m \\ d^2y_0 / dt^2 = {}_i\sum F_{y0_i}\,(t, \mathbf{C}, dx_0 / dt, dy_0 / dt, dq / dt, x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) / m \\ d^2q / dt^2 = {}_i\sum M_i\,(t, \mathbf{C}, dx_0 / dt, dy_0 / dt, dq / dt, x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) / I_z. \end{cases} \qquad (5)$$

Однако большинством авторов используется следующая более удобная эквивалентная структура математической модели (6):

$$
\left\{
\begin{aligned}
& dx_0 / dt = v \cos (q - \beta); && (6.1)\\
& dy_0 / dt = v \sin (q - \beta); && (6.2)\\
& dq / dt = w; && (6.3)\\
& \frac{dv}{dt} = -vw \sin\beta\cos\beta\left(\frac{1}{1+k_{11}} - \frac{1}{1+k_{22}}\right) - \frac{(_i\sum F_{yi})\sin\beta}{(1+k_{22})\rho V} + \frac{(_i\sum F_{xi})\cos\beta}{(1+k_{11})\rho V}; && (6.4)\\
& \frac{d\beta}{dt} = w\left(\frac{\sin^2\beta}{1+k_{11}} + \frac{\cos^2\beta}{1+k_{22}}\right) - \frac{(_i\sum F_{xi})\sin\beta}{(1+k_{11})\rho Vv} - \frac{(_i\sum F_{yi})\cos\beta}{(1+k_{22})\rho Vv}; && (6.5)\\
& \frac{dw}{dt} = \frac{_i\sum M_i}{(1+k_{66})I_z}; && (6.6)\\
& _i\sum F_{xi}\,(t, \mathbf{C}, v(t), w(t), \beta(t), x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) = X_в + X_р + T_E + X_{внеш}; && (6.7)\\
& _i\sum F_{yi}\,(t, \mathbf{C}, v(t), w(t), \beta(t), x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) = Y_в + Y_р + T_{ПУ} + Y_{внеш}; && (6.8)\\
& _i\sum M_i\,(t, \mathbf{C}, v(t), w(t), \beta(t), x_0(t), y_0(t), q(t), \mathbf{U}(t), \mathbf{L}(t), \mathbf{E}(t)) = M_в + M_р + M_{ПУ} + M_{внеш}. && (6.9)
\end{aligned}
\right. \quad (6)
$$

Здесь $v(t)$ и $w(t)$ – линейная и угловая скорость судна; $\beta(t)$ – угол дрейфа (отсчитывается по часовой стрелке от направления вектора скорости до направления из кормы в нос судна); $X_в$, $Y_в$, $M_в$ – продольная и поперечная сила и момент гидродинамического сопротивления на корпусе; $X_р$, $Y_р$, $M_р$ – силы, создаваемые обычным рулем; T_E – эффективный упор гребного винта; $T_{ПУ}$, $M_{ПУ}$ – эффективный упор подруливающего устройства и создаваемый им момент; $X_{внеш}$, $Y_{внеш}$, $M_{внеш}$ – силы, обусловленные внешними условиями плавания: ветром, течением, волнением и т. п.; k_{11}, k_{22}, k_{66} – коэффициенты продольной и поперечной присоединенных масс и присоединенного момента. Каждая из сил и моментов, а также ряд других величин в системе (6) зависят от совокупности факторов (t, $\mathbf{C}$, $v(t)$, $w(t)$, $\beta(t)$, $x_0(t)$, $y_0(t)$, $q(t)$, $\mathbf{U}(t)$, $\mathbf{L}(t)$, $\mathbf{E}(t)$), однако для простоты записи знак такой функциональной зависимости будет опускаться.

В системе (6) предполагается, что компоненты демпфирующих (то есть зависящих от угловой скорости w) инерционных сил, связанные с присоединенными массами, уже включены в гидродинамические силы сопротивления ($X_в$, $Y_в$, $M_в$) и поэтому явно в системе не прописываются.

Любая из существующих математических моделей включает в себя систему уравнений (6) в полном или упрощенном и огрубленном виде, дополненную совокупностью формул, задающих зависимость всех сил и моментов ($X_в$, $Y_в$, $M_в$, $X_р$, $Y_р$, $M_р$, T_E, $T_{ПУ}$, $M_{ПУ}$, $X_{внеш}$, $Y_{внеш}$, $M_{внеш}$) от факторов (t, $\mathbf{C}$, $v(t)$, $w(t)$, $\beta(t)$, $x_0(t)$, $y_0(t)$, $q(t)$, $\boldsymbol{U}(t)$, $\boldsymbol{L}(t)$, $\boldsymbol{E}(t)$). Именно вид этих формул определяет специфику каждой математической модели.

Далее каждую конкретную математическую модель движения судна мы будем характеризовать прежде всего тем, как в ней определяются поперечная сила вязкостного гидродинамического сопротивления $Y_в$ и момент сопротивления $M_в$ в зависимости от угла дрейфа β, угловой скорости w и параметров самого судна.

4. Линейные и нелинейные модели

Строго говоря, ни одна математическая модель движения судна в общепринятом понимании не является линейной сразу по всем параметрам. Мы будем говорить о линейности математической модели исключительно как о линейности системы (6), за исключением 1-го и 2-го уравнений системы, с учетом подстановки всех формул для расчета сил и моментов и после всех упрощений этой системы, по отношению к двум параметрам – к текущей угловой скорости w и к текущему углу дрейфа β. Тогда все существующие математические модели движения судна можно условно разделить на три категории:

а) линейные модели;

б) частично линеаризованные модели;

в) нелинейные модели.

4.1. Линейные модели

Уравнения (6.4-6.6) системы (6) упрощаются до следующего вида:

$$
\left\{
\begin{aligned}
& \frac{dv}{dt} = \frac{_i\sum F_{xi}}{(1+k_{11})\rho V}; && (7.4)\\
& \frac{d\beta}{dt} = \frac{w}{1+k_{22}} - \frac{_i\sum F_{yi}}{(1+k_{22})\rho Vv}; && (7.5)\\
& \frac{dw}{dt} = \frac{_i\sum M_i}{(1+k_{66})I_z}; && (7.6)
\end{aligned}
\right. \quad (7)
$$

Зависимость боковой силы и момента сопротивления от угловой скорости и угла дрейфа имеет следующий вид:

$$\begin{cases} Y_в = A_1\, w + B_1\, \beta_w; \\ M_в = A_2\, w + B_2\, \beta_w \end{cases} \tag{8}$$

при v_w = const, где v_w – скорость судна относительно воды, β_w – угол дрейфа относительно воды.

При отсутствии течения

$$v_w = v, \qquad \beta_w = \beta. \tag{9}$$

В этой системе полностью разделяется управление гребным винтом и управление рулем, а перекладка руля не приводит к изменению линейной скорости. Такая математическая модель не отражает снижение линейной скорости на циркуляции по сравнению с прямым курсом.

Только такая система уравнений движения судна может быть в общем случае решена аналитически, да и то при определенных ограничениях на закон изменения управляющих воздействий во времени и на внешние условия. В этих случаях прямая задача моделирования движения судна полностью сводится к решению системы из 2 обыкновенных линейных дифференциальных уравнений относительно $\beta(t)$ и $w(t)$.

Такая система сильнее всего искажает реальное поведение судна и приемлемо работает только при очень небольших углах дрейфа β (±5 град.). В чистом виде не применяется и ни одним автором не рекомендовано использовать данную систему в качестве основной, хотя при необходимости в принципе любую из существующих математических моделей можно линеаризовать.

4.2. Частично линеаризованные модели

Это наиболее распространенный вид математических моделей движения судна, рекомендованный почти всеми авторами публикаций (*Войткунский и др.*, 1973; *Гофман*, 1988; *Павленко*, 1979; *Соболев*, 1976; *Справочник…*, 1985; *Федяевский*, *Соболев*, 1963). Каждая из этих моделей может быть записана в двух эквивалентных формах – размерной и безразмерной, однако в данной статье все формулы в этих математических моделях будут приводиться к размерному виду, то есть к привычным единицам измерения системы СИ.

В частично линеаризованных моделях уравнения (6.5-6.6) упрощаются так:

$$\begin{cases} \dfrac{d\beta}{dt} = \dfrac{w}{1+k_{22}} - \dfrac{\sum_i F_{yi}}{(1+k_{22})\rho V v}; & (10.5) \\[2ex] \dfrac{dw}{dt} = \dfrac{\sum_i M_i}{(1+k_{66}) I_z}; & (10.6) \end{cases} \tag{10}$$

Что касается уравнения (6.4) для линейной скорости, то здесь нет единого подхода, а многие авторы публикаций вообще не затрагивали этот вопрос. Был предложен такой вариант (*Справочник…*, 1985):

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\sum_i F_{xi}}{(1+k_{11})\rho V} \tag{11}$$

– при разгоне или торможении на прямом курсе без перекладки руля, либо

$$v = v_0 \,/\, (1 + 1{,}9\,(w\,L \,/\, v_0)^2) \tag{12}$$

– при выполнении элементов циркуляции при установившемся режиме работы движителя.

Введем следующие обозначения:

$$\begin{cases} \beta_0 = \beta_w \text{ при } -\pi/2 < \beta_w < \pi/2; \\ \beta_0 = \pi - \beta_w \text{ при } \pi/2 < \beta_w < \pi; \\ \beta_0 = -\pi - \beta_w \text{ при } \beta_w < -\pi/2. \\ w_r = w\,L \,/\, v \text{ – относительная (безразмерная) угловая скорость.} \end{cases} \tag{13}$$

Зависимость боковой силы и момента сопротивления от угловой скорости и угла дрейфа имеет при прочих равных условиях следующий полиномиальный вид:

$$\begin{cases} Y_в = -C_{yг}\,(\beta_0, w, v_0)\,\rho\, v_w^{\,2}\, A_{L\sigma} / 2; \\ M_в = C_{mг}\,(\beta_0, w, v_0)\,\rho\, v_w^{\,2}\, A_{L\sigma}\, L / 2; \end{cases} \tag{14}$$

Здесь введены обозначения:

$$\begin{cases} C_{yг}(w, \beta_0, v_0) = (\sum_{(i,j)} A_{ij}\beta_0{}^i (\frac{wL}{v_0})^j); \\ C_{mг}(w, \beta_0, v_0) = (\sum_{(i,j)} B_{ij}\beta_0{}^i (\frac{wL}{v_0})^j), \end{cases} \quad (15)$$

где A_{ij} и B_{ij} – некоторые безразмерные коэффициенты, которые в каждой конкретной модели вычисляются по своим эмпирическим формулам и графикам, исходя из соотношений между геометрическими размерами, коэффициентов полноты и некоторых других геометрических параметров погруженной части корпуса судна.

Далее перечисляются конкретные математические модели данного класса. Для примера приводится зависимость поперечной силы от угла дрейфа и угловой скорости в каждой из этих моделей (без описания зависимости каждого из коэффициентов от параметров судна). Аналогичным образом выглядят и другие зависимости в этих математических моделях.

Модель Басина (*Справочник…*, 1985) – расчетная схема для боковых сил, действующих на корпус судна на циркуляции.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0|. \quad (16)$$

Модель Мастушкина (*Мастушкин*, 1981) – аппроксимация для боковых сил, действующих на корпус судна на циркуляции, полученная для промысловых судов при сравнительно небольших углах дрейфа.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0| + C_y^{\,w}\,w_r. \quad (17)$$

Модель Гофмана (*Гофман*, 1988; *Павленко*, 1979) – зависимости для крупнотоннажных судов внутреннего плавания с большим коэффициентом общей полноты ($C_V \geq 0{,}8$), в которых дополнительно учитывается по одной нелинейной составляющей боковой силы и момента, пропорциональной произведению $\beta_0\, w_r$.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0| + C_y^{\,w}\,w_r + C_{\beta}{}^{w}{}_{y}\,\beta_0|w_r|. \quad (18)$$

Модель японских инженеров (*Гофман*, 1988) – для морских транспортных судов.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0| + C_y^{\,w}\,w_r + C_{\beta}{}^{w}{}_{y}\,\beta_0|w_r| + C^{ww}{}_{y}\,w_r\,|w_r|. \quad (19)$$

Данная модель использует полиномиальную аппроксимацию более высокой степени, в отличие от других моделей, и за счет этого способна более адекватно отражать ситуации, когда вклад вращательного движения судна в текущие кинематические характеристики становится соизмеримым с вкладом основного поступательного движения.

Модель Павленко (*Павленко*, 1979) – получена на основе уточнения аппроксимационных формул Когана-Гофмана для грузовых судов внутреннего плавания. В данной математической модели для момента гидродинамических сил используется линейная зависимость, причем способ определения коэффициента демпфирующего момента весьма специфический, он учитывает мало параметров судна и пригоден лишь для достаточно ограниченного класса судов.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0| + C^{w}{}_{y}\,w_r + C_{\beta}{}^{w}{}_{y}\,\beta_0|w_r|. \quad (20)$$

Модель Першица (*Гофман*, 1988) в принципе аналогична модели Басина и отличается от нее более гладкими степенными, а не кусочно-линейными или кусочно-квадратическими, зависимостями коэффициентов сил и моментов от геометрических параметров судна. Применима для морских транспортных судов при $|\beta_0| \leq 15°$ и $|w_r| \leq 0{,}7$.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0|. \quad (21)$$

Модель Соболева (*Соболев*, 1976; *Гофман*, 1988) учитывает, во-первых, добавочный демпфирующий момент при значительных углах дрейфа, как и в модели Мастушкина, во-вторых, влияние кормового дейдвуда или стабилизатора на гидродинамические характеристики корпуса судна. Применима для морских транспортных судов при $|\beta_0| \leq 15°$ и $|w_r| \leq 0{,}8$.

$$C_{yг} = C_{\beta y}\,\beta_0 + C_{\beta\beta y}\,\beta_0|\beta_0| + C^{w}{}_{y}\,w_r + C_{\beta}{}^{w}{}_{y}\,\beta_0|w_r|. \quad (22)$$

4.3. Нелинейные модели

Это наиболее сложные и наиболее точные математические модели движения судна, в которых полностью учитываются проекции всех сил на оси x и y, используется система уравнений (6) без каких-либо упрощений, для всех сил и моментов используются аппроксимационные зависимости, проверенные для всех возможных углов дрейфа в диапазоне от ($-\pi$) до π при любых внешних условиях плавания, при любых начальных скоростях и при любых режимах работы средств управления судна. Зависимость для боковых сил и моментов в таких моделях содержит, как правило, тригонометрические функции. В имеющейся литературе был разобран только один пример построения такой математической модели.

Модель Тумашика. *А.П. Тумашиком* (1978) предложена обобщенная математическая модель для расчета сил, действующих на судно при выполнении сильных маневров с большими угловыми скоростями, в том числе при вращении судна на месте под действием подруливающих устройств. При этом большая часть коэффициентов уравнений движения судна рассчитываются точно так же, как в модели Басина, и при малых углах дрейфа и малых относительных угловых скоростях в линейном приближении модель Тумашика дает результат, идентичный модели Басина. Принципиальное отличие от модели Басина состоит в том, что все зависимости для сил и моментов здесь приводятся не к линейной скорости, а к величине $(v_w^2 + L^2 w^2)^{1/2}$, учитывающей и поступательное, и вращательное движение судна, и, кроме того, добавлен ряд дополнительных нелинейных составляющих сил и моментов, отражающих реакцию судна на его вращение на месте.

Рассматриваемая зависимость боковой силы от угла дрейфа и угловой скорости выглядит так:

$$Y_в = C_{Y*}\,\rho\,(v_w^2 + L^2 w^2)\,A_{L\sigma}/2; \qquad C_{Y*} = C_{Yn}\,(1 - \Omega^2);$$
$$C_{Yn} = 0{,}5\,C_{\beta y}\sin(2\beta_w)\,|\cos\beta_w| + C_{\beta\beta y}\sin^2(\beta_w)\,\mathrm{sgn}(\sin(2\beta_w)) + C_3\,|\sin^3(2\beta_w)|\sin(2\beta_w). \qquad (23)$$

5. Критический анализ моделей

В ходе данного исследования был разработан программный продукт для моделирования движения судна, на базе которого был проведен вычислительный эксперимент по тестированию в компьютерном варианте всех перечисленных математических моделей на адекватность на примере танкеров и промысловых судов. Описание программного продукта и вычислительных экспериментов будет опубликовано в следующей работе. Результаты моделирования стандартных маневров сравнивались с результатами аналогичных натурных экспериментов по кинематическим параметрам в нескольких характерных точках того или иного стандартного маневра, в том числе по выдвигу, прямому смещению, тактическому диаметру, установившемуся углу дрейфа и установившейся линейной скорости при циркуляции, тормозному пути при активном торможении, углам зарыскивания при маневре "зигзаг", установившейся угловой скорости при развороте судна на месте за счет подруливающего устройства, включенного на полную мощность.

Тестирование каждой математической модели осуществлялось в следующей последовательности:

1) на физическую адекватность моделируемого маневра;

2) количественное сравнение с результатами натурных экспериментов по стандартным маневрам и вычисление средней относительной погрешности в определении характерных кинематических параметров этих маневров;

3) если для данного маневра по данному судну отсутствовали данные натурных экспериментов, поведение модели сравнивалось со стандартом IMO (Резолюция MSC.137 (76) от 05.12.02 "Стандарты маневренных качеств судов") на предмет того, чтобы моделируемые характеристики попадали в некоторый допустимый диапазон для данного класса судов.

При этом для каждого судна тестировались сразу все рассмотренные математические модели. Каждая из частично линеаризованных моделей тестировалась в двух модификациях – в исходном виде, предложенном автором, с упрощенной системой дифференциальных уравнений в форме (10-12), и в полной форме с системой дифференциальных уравнений (6).

Ни одна модель не является идеальной, ни одна не обеспечивает приемлемую точность сразу по всем интересующим нас стандартным маневрам ни для одного судна. Был выявлен целый ряд недостатков у всех математических моделей. Одни недостатки уже упоминались самими авторами как ограничения на сферу применения этих моделей. Другие могут быть выявлены чисто теоретическим анализом структуры математической модели даже без эксперимента, однако на них ранее не обращалось внимания из-за нетипичности подобных маневров или подобных комбинаций внешних условий. Третьи недостатки были обнаружены довольно неожиданно при проведении вычислительных экспериментов и их сравнении с натурными экспериментами по конкретным судам.

5.1. Перечень недостатков существующих математических моделей и ситуаций, когда они приводят к количественной и качественной неадекватности

Частично линеаризованные модели

При использовании упрощенной системы дифференциальных уравнений в форме (10-12), рекомендованной авторами этих моделей, в ходе данного исследования было выявлено следующее:

1) при циркуляции судна одновременно с разгоном или торможением либо модель никак не реагирует на изменение режима работы движителя, то есть не разгоняется и не тормозит (если используется уравнение (11)), либо на циркуляции будет устанавливаться такая же большая линейная скорость, как и на прямом курсе (если используется уравнение (12)).

В моделях используются чрезмерно упрощенные предположения относительно продольных сил различной природы, и вместо подробного анализа этих сил применяется чисто эмпирическое и чисто ассоциативное соотношение (12), в котором воздействия на скорость уже не принимают характер силы и не могут складываться с другими факторами, влияющими на движение судна. Проблема связана еще и с тем, что математические модели подобного рода изначально создавались на основе не натурных, а модельных экспериментов, и еще на этапе построения моделей их авторами имели место сложности при адекватном пересчете всех сил на случай с реальным судном;

2) модель дает лишние, иногда слишком сильные, физически неадекватные понижения скорости движения судна по формуле (12), например, в следующих случаях:

– на участке с закруглениями течения реки или канала при большой скорости течения и малых радиусах закругления;

– при попадании судна, движущегося прямым курсом, в область с сильным, почти попутным ветром, направленным под некоторым углом, при условии, что у этого судна все надстройки сильно смещены в кормовую или, наоборот – в носовую часть;

– при включении подруливающего устройства, когда судно идет малым передним ходом.

Причина этого явления та же самая: слишком грубая ассоциативная связь между изменением линейной и угловой скорости, без учета конкретных факторов, обуславливающих тот или иной характер движения судна. В перечисленных случаях несоответствие может проявляться лишь во время сравнительно коротких переходных процессов, на которые при анализе натурных экспериментов чаще всего не обращается особого внимания. Однако следует учесть, что тенденция к занижению линейной скорости, а значит, и смещения судна во время подобных достаточно сложных маневров в таких математических моделях по сравнению с реальным судном будет приводить к принятию неверных и потенциально опасных решений;

3) при развороте первоначально неподвижного судна за счет подруливающего устройства математическая модель показывает разворот судна на месте вокруг собственного центра тяжести без какого-либо смещения. Упрощенная система дифференциальных уравнений (10) не предполагает, что поперечно направленные силы могут влиять на линейную скорость судна. Подобное несоответствие модели реальной ситуации также потенциально опасно, особенно когда данный маневр совершается в условиях стесненной акватории или вблизи других судов.

С целью борьбы с указанными недостатками математических моделей в данном исследовании сделана попытка использовать полную форму системы дифференциальных уравнений (6), оставляя при этом частично линеаризованные формулы для боковых сил и моментов гидродинамического сопротивления на корпусе судна, предложенные авторами этих моделей. Перечисленные недостатки модели устраняются, однако вместо них возникают другие несоответствия: при циркуляции с фиксированным углом перекладки руля моделируемое судно начинает двигаться не по окружности, а по сужающейся спирали, при этом линейная скорость чрезмерно падает, а угол дрейфа постепенно возрастает до 90° или больше, либо просто судно начинает вращаться на месте.

Это явление связано с тем, что в модели возникает положительная обратная связь, и по мере развития циркуляции за счет обычного руля, расположенного за гребным винтом, эффективность действия руля все более усиливается. Во всех математических моделях используется зависимость, согласно которой упор гребного винта зависит не только от частоты его вращения, но и от скорости натекания потока, и достигает максимальной величины при нулевой скорости. С другой стороны, силы на обычном руле, расположенном за гребным винтом, возрастают по мере роста упора винта на переднем ходу. Указанные явления общеизвестны и сомнений не вызывают. Ключевым звеном здесь является влияние гребного винта на работу руля. При использовании частично линеаризованной системы в форме (10-12) положительной обратной связи не было, либо из-за того, что все коэффициенты сил на руле рассчитывались один раз в начале циркуляции исходя из такого упора винта, который имел место на прямом курсе, либо из-за того, что понижение линейной скорости сдерживалось по достаточно искусственной формуле (12). Более глубокая причина подобных несоответствий состоит в недостаточной изученности влияния гребного винта на работу руля во всех возможных режимах при косом обтекании и в слишком грубых, существующих чисто ассоциативных эмпирических формулах, которые используются для учета такого влияния.

Помимо этого выявлен ряд общих недостатков частично линеаризованных моделей, которые не зависят от выбора полной или упрощенной формы системы уравнений – (6) или (10-12):

1) при развороте первоначально неподвижного судна на месте за счет подруливающего устройства угловая скорость продолжает медленно, но практически неограниченно возрастать.

Это явление связано с тем, что в частично линеаризованных моделях не учитывается сложный характер зависимости демпфирующего момента одновременно от угловой скорости w и линейной скорости v. Авторов этих моделей совершенно не интересовало, какая будет в формулах (14) и (15) зависимость от линейной скорости, главное – чтобы момент сопротивления на корпусе $M_в$ находился в линейной или полиномиальной зависимости от безразмерной угловой скорости $w_r = wL / v_0$, а значит, и от угловой скорости w. При переходе от безразмерных величин к физически осмысленным размерным из этих формул следует, что момент сопротивления на корпусе $M_в$ при нулевом угле дрейфа пропорционален произведению (wv_0). С физической точки зрения это довольно абсурдно, из подобной формулы следует, что судно совершенно не сопротивляется вращению на месте. Более глубокая причина подобного явления в том, что математические модели строились на основе не натурных, а модельных экспериментов (с уменьшенными макетами судов) и возникла проблема пересчета всех сил и моментов с учетом эффектов масштаба в случае с малыми скоростями, когда зависимость сил сопротивления от скорости существенно не квадратическая. Указанное явление может проявляться, правда, не столь резко, и при маневрировании судна на малых ходах даже без подруливающего устройства с использованием одних основных средств управления;

2) в модели Басина при постепенном добавлении грузов на судно и постепенном изменении его посадки моделируемые параметры судна могут скачкообразно меняться, и во многих состояниях загрузки наблюдается полная неадекватность модели.

Причина этого в плохой аппроксимации коэффициентов сил и моментов сопротивления от параметров судна в модели Басина в виде кусочно-линейных и кусочно-квадратических функций, которые даже не состыкованы между собой на соседних интервалах. При составлении модели Басина, по-видимому, была выполнена недостаточно глубокая систематизация экспериментальных данных по разным типам судов, в результате чего модель сработала в большей степени на простое запоминание параметров конкретных судов в их конкретных состояниях загрузки со всеми погрешностями при экспериментальном измерении кинематических параметров, чем на выявление физической сущности процесса. Кроме того, возможно, модель Басина искусственно составлялась таким образом, чтобы упростить вычислительную процедуру с учетом возможностей той вычислительной техники, которая была доступна в 50-70-е годы. В настоящее время нет никакого практического смысла в подобных упрощениях вычислительных процедур в ущерб адекватности модели.

В других моделях названный недостаток отсутствует.

Таким образом, частично линеаризованные модели обладают плохой адекватностью:

а) при маневрировании судна на малых ходах;

б) в таких ситуациях, когда возмущения линейной скорости судна, причем неважно, в какую сторону, вызванные внешними факторами – ветром, течением, мелководьем, волнением – становятся соизмеримы или превышают собственную скорость судна, которая достигалась бы при том же режиме работы движителя на тихой глубокой воде на прямом курсе.

Преимуществом таких моделей является сравнительная простота пересчета на каждом шаге при решении системы дифференциальных уравнений движения судна любым численным методом. Однако результаты вычислительных экспериментов показывают, что этот фактор отнюдь не является критическим, и возможности современной вычислительной техники позволяют без усилий одновременно моделировать движение нескольких судов в ускоренном в несколько раз масштабе времени с хорошим разрешением по времени.

Недостатки таких моделей связаны со следующими обстоятельствами:

1) модели приходилось адаптировать под сравнительно слабые возможности вычислительной техники 50-70-х годов;

2) во время их создания основное внимание уделялось задачам, связанным с движением судов в открытом море, как правило, на больших ходах, вопросам ходкости и устойчивости на курсе, удержания на заданном курсе при неблагоприятных внешних условиях плавания, оптимизации расхода топлива при движении судна между заданными пунктами и т. п. В настоящее время более актуальны вопросы безопасности судовождения, которые в большей степени связаны с поворотливостью судна и с маневрированием в стесненных условиях в портовых акваториях или вблизи других судов. Как правило, это маневры при сравнительно небольших линейных скоростях, но с большими углами дрейфа.

Нелинейные модели

Они были бы идеальны для наших задач в современных условиях, однако данный класс математических моделей с учетом произвольных маневров судна с произвольными углами дрейфа до настоящего времени разрабатывался мало, соответствующих экспериментальных данных получено недостаточно, и все они плохо систематизированы. По имеющимся литературным источникам на эту тему можно привести лишь один пример – модель Тумашика. К сожалению, она обладает тем же самым существенным недостатком, что и модель Басина, поскольку создавалась на ее основе, а именно – ей свойственны скачкообразные изменения кинематических и динамических параметров по мере изменения загрузки и посадки судна, достижение приемлемой точности при одних состояниях загрузки судна и полная неадекватность модели при других.

6. Заключение

Таким образом, в данной работе проанализированы существующие подходы к математическому моделированию движения судна как управляемой динамической системы, функционирующей в сложных изменяющихся условиях внешней среды, и основные классы задач, связанных с этими моделями. По результатам вычислительных экспериментов и их сравнения с натурными экспериментами выявлены существенные недостатки у всех математических моделей. Удалось выявить области преимущественного применения линейных, частично линеаризованных и нелинейных моделей.

Для моделирования движения судна в навигационных тренажерах и системах прогнозирования движения судна в современных условиях наиболее предпочтительны полностью нелинейные модели, однако построение универсальных нелинейных моделей для любых классов судов весьма затруднительно из-за недостаточного количества проведенных исследований. Поэтому возникла идея взять за основу ту или иную частично линеаризованную модель, использовать в ней полную неупрощенную систему дифференциальных уравнений, дополнить ее некоторым количеством поправочных калибровочных коэффициентов на тип судна и подобрать эти коэффициенты, добиваясь максимального сходства модельной и экспериментальной траектории. Но добавлять эти коэффициенты нужно в минимальном количестве, чтобы выровнять только наиболее существенные расхождения в поведении модели и судна и только те, которые хуже всего описываются теорией. Все остальные параметры, в которых погрешность модели сравнима с погрешностью измерений, нужно оставить как есть, чтобы математическая модель сохраняла универсальный характер и не превращалась в модель одного конкретного судна в одном конкретном состоянии загрузки. В дальнейшем, когда придется моделировать другие типы судов, по которым еще не было экспериментов, можно было бы оставить эти коэффициенты в том виде, каковы они были у наиболее сходного из ранее рассмотренных типов судов. Среди аспектов математической модели, для которых было бы целесообразно выполнять такую калибровку, можно назвать, например, влияние гребного винта на работу руля при косом обтекании или влияние линейной скорости на способность судна сопротивляться вращательному движению, то есть на демпфирующий момент. В связи с этим намечается цель дальнейших исследований: совершенствование математических моделей движения судна и проведение дополнительных вычислительных экспериментов с модифицированными математическими моделями на примере нескольких типов судов. Результаты этих исследований будут опубликованы в следующих работах.

Литература

Васильев А.В. Управляемость судов. *Л., Судостроение*, 328 с., 1989.

Войткунский Я.И., Першиц Р.Я., Титов И.А. Справочник по теории корабля. *Л., Судостроение*, 512 с., 1973.

Гофман А.Д. Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна. Справочник. *Л., Судостроение*, 360 с., 1988.

Мастушкин Ю.М. Управляемость промысловых судов. *Л., Легкая и пищевая промышленность*, 232 с., 1981.

Павленко В.Г. Маневренные качества речных судов. *М., Транспорт*, 1979.

Соболев Г.В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения: Учебник для вузов. *Л., Судостроение*, 1976.

Справочник по теории корабля: В 3 томах. Под ред. Я.И. Войткунского. *Л., Судостроение*, т.1, 768 с.; т.2, 440 с.; т.3, 544 с., 1985.

Тумашик А.П. Расчет гидродинамических характеристик судна при маневрировании. *Судостроение*, № 5, с.13-15, 1978.

Федяевский К.К., Соболев Г.В. Управляемость корабля. *Л., Судпромгиз*, 376 с., 1963.