

УДК 656.61 : 519.17

Метод информационно-графического отображения сетевых топологий для решения транспортных задач

Л.Ф. Борисова

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра радиотехники и телекоммуникационных систем

Аннотация. Предложен метод формализованного представления произвольных топологий транспортных сетей, использующий свойства графов кодовых пересечений (ГКП). Доказана возможность формирования мультимодальной ассоциативной системы (МАТС), состоящей из отдельных разнородных транспортных сетей и имеющей единое для всех сетей информационное бизнес-пространство. Предложен способ и разработан алгоритм построения для произвольного числа произвольных графов изоморфного надграфа, являющегося порожденным подграфом ГКП.

Abstract. The method of formalized representation of transport networks' arbitrary topologies has been proposed. The method uses the characteristics of code intersection graphs (CIG). The paper considers formation of a multimodal associative system consisting of separate dissimilar transport networks and having unified for all nets informational business-space. The method and algorithm of constructing for an arbitrary number of arbitrary graphs of an isomorphic supergraph which is a generated CIG subgraph have been worked out.

1. Введение

Объективные процессы глобализации и интеграции, происходящие в современном мире, невозможны без эффективного функционирования транспортных систем и надежного информационно-логистического обеспечения. Транспорт во многом определяет динамику экономического развития. Международное транспортное сообщество, формирующееся сегодня, поставлено перед фактом решения стратегической задачи – выработки нового формата сотрудничества, направленного на объединение существующих транспортных сетей Европы и Азии в общую интегрированную транспортную систему, значительная роль в которой принадлежит России. Концепция развития европейского транспорта строится на интермодальном подходе. Решением для балансирования относительных преимуществ разных видов транспорта является использование интеграторов грузовых перевозок.

Глобализация и другие динамические элементы экономики привели транспортную логистику к нескольким произошедшим за последнее время структурным изменениям. Главными тенденциями были реструктуризация логистики, перегруппировка цепей поставок, изменение графиков в товарных потоках и изменения в управлении транспортом. Реструктуризация логистики явилась следствием пространственной концентрации как производства, так и запасов, в то время как поставщики и потребители разбросаны по всему миру. Одновременно в транспортном секторе произошел сдвиг в сторону концентрации транспорта в товарораспределительных центрах и, таким образом, развития систем "ступица-спицы", в которых связь выполняется через перевалку. В управлении цепями поставок самыми заметными изменениями были растущая индивидуализация продукта в местах, расположенных ближе к конечному заказчику (отложенное исполнение), и концентрация международной торговли в крупных центрах, соединенных с остальными областями через перевалочные системы и "спицы" – радиальные связи.

Вертикальная дезинтеграция в конфигурации цепи поставок ведет к повышению транспортной интенсивности и сопровождается следующими процессами: прекращение государственного регулирования транспортных услуг грузовых перевозок во всех видах транспорта; сильная тенденция в направлении приватизации транспортных работ и партнерство государственного и частного секторов в финансировании инфраструктур; ужесточение природоохранных законов; сильное предпочтение в рамках государственной политики использования интермодального транспорта; увеличение рынка транспортных услуг в плане географического охвата, диапазона транспортируемых товаров и оказываемых услуг; развитие технологий и рост использования инфосистем и телематических приложений.

Анализ взаимосвязей между управлением цепями поставок и степенью использования систем грузового транспорта показывает, что имеются явные тенденции к созданию новой рабочей среды, характеризующейся взаимодействием внутри цепи поставок, более рациональным использованием видов транспорта, более эффективным использованием ресурсов (транспортных средств и инфраструктуры), наличием стимулов к выбору более благоприятных для окружающей среды видов транспорта и

использованию интермодального транспорта, более интенсивной конкуренцией за предоставление грузовых транспортных услуг.

Наблюдаемые тенденции формируют новые задачи. При развитии логистики важно направлять усилия на совершенствование методов регулирования транспортных потоков, способствующих достижению таких целей транспортной политики, как устойчивость транспортной системы, эффективность транспорта и снижение перегруженности дорог и воздействия транспорта на окружающую среду и т.д. Важнейшими показателями качества транспортного обслуживания являются безопасность, скорость, время доставки, сохранность грузов. Первые три показателя качества определяются степенью развитости транспортных сетей (пропускной способностью) и эффективностью процедур управления перевозками. Эти показатели качества тесно связаны с эффективным решением ряда топологических проблем, которые необходимо рассматривать в контексте общей тенденции развития мультимодальных (интермодальных) транспортных систем с учетом происходящих глобальных перемен. Актуальными являются следующие задачи: организация эффективного взаимодействия отдельных разнородных транспортных систем при транзитной транспортировке грузов; рациональное размещение грузовых перевалочных пунктов, интеграторов грузовых перевозок и логистических центров; эффективное информационное сопровождение грузов с учетом возможности корректировки маршрутов в процессе проводки грузопотоков; информационная поддержка процедуры принятия оптимальных решений при формировании транспортной цепи (коридора) с учетом альтернативных возможностей.

Сложность в решении поставленных задач состоит в том, что функциональное объединение транспортных систем различных государств в единое целое с целью эффективного обслуживания транзитных грузопотоков требует определенных усилий. Создание коллективных органов управления неэффективно из-за отсутствия внутреннего единства. Централизованное управление невозможно, т.к. это интернациональная структура. Подобные проблемы имеют место в мультимодальных транспортных системах, формируемых на основе партнерства государственного и частного секторов. Обеспечение эффективного взаимодействия разнородных транспортных сетей возможно лишь через создание единого информационного виртуального бизнес-пространства, которое могло бы обеспечить качественное выполнение логистических функций. При использовании Интернет-технологий оно могло бы стать основным источником деловой информации и поставщиком разнообразных услуг.

В настоящей работе предлагается метод информационно-графического отображения произвольных сетевых топологий для решения топологических задач, возникающих при создании мультимодальных транспортных систем. Доказывается возможность формирования из отдельных разнородных транспортных сетей мультимодальной ассоциативной системы, имеющей единое для всех сетей информационное бизнес-пространство. Метод базируется на использовании свойств графов кодовых пересечений, позволяющих специальным образом кодировать узлы в транспортных сетях. В результате создается единое информационное (кодовое) пространство, в пределах которого возможно применение виртуальных бизнес-процедур по реализации управления.

Использование единого информационного (кодового) бизнес-пространства делает принципиально разрешимой проблему определения кратчайших путей в системе, состоящую в том, что при транзитной транспортировке в системе, состоящей из нескольких транспортных сетей, путь, определенный как сумма кратчайших путей в отдельных сетях, в общем случае не является кратчайшим. Использование свойств ГКП позволяет формализовать и оптимизировать процедуру определения кратчайших путей в единой составной транспортной сети. Определение путей в ГКП сводится к выполнению ряда вычислительных процедур над кодовыми комбинациями номеров вершин. Процедура вычисления проста, не критична к системным требованиям ЭВМ, экономична в отношении памяти компьютера (Борисова, 2003).

Использование формализованного представления топологий удобно для компьютерной обработки и абсолютно незаменимо при решении сложных топологических задач, таких, как создание мультимодальной ассоциативной транспортной системы (МАТС).

2. Постановка задачи

Требования к мультимодальной ассоциативной транспортной системе формулируем в виде:

- 1) МАТС гибко включает в себя произвольное число произвольных транспортных сетей (локальных), имеющих различные топологии, физические среды, виды транспорта, тарифные политики.
- 2) Локальная сеть, входящая в состав МАТС, работает автономно и независимо при транспортировке объектов перемещения в пределах сети.
- 3) Транспортировка объектов перемещения из пункта одной локальной сети в пункт, расположенный в пределах другой локальной сети, обеспечивается по кратчайшему пути транзитом через любые другие локальные сети, входящие в состав МАТС.

4) МАТС имеет единое информационное виртуальное бизнес-пространство, обеспечивающее выработку и доставку решений по технологическому взаимодействию различных видов транспорта с учетом требований по безопасности перемещения.

Аналитическое решение задачи построения топологической модели МАТС возможно при использовании свойств графов кодовых пересечений. При этом задача кодирования узлов транспортных сетей, входящих в МАТС, сводится к построению единого связного надграфа, изоморфного заданным исходным произвольным графам, который является порожденным подграфом ГКП (ПП ГКП). Используем понятия и термины теории графов (Оре, 1980) и теоретические положения графов кодовых пересечений, разработанные в работе (Борисова, 2006).

Пусть T автономных транспортных сетей с произвольными топологиями представлены в виде T ориентированных графов $G(X_t, Y_t)$, имеющих множества вершин X_t , мощностями $|X_t| = p_t$, и множества дуг Y_t мощностями $|Y_t|$, $t=1, \dots, T$, и не имеющих истоков и стоков. Тогда задачу построения топологической модели МАТС формулируем следующим образом.

Задача. Построить для T ориентированных графов $G(X_t, Y_t)$, $t=1, \dots, T$, связный изоморфный надграф $G(A, V)$ с множеством вершин $A = \bigcup_{t=1}^T X_t$ и множеством дуг $V \supseteq \bigcup_{t=1}^T Y_t$, являющийся порожденным подграфом $\text{ГКП}(n, k, r)$ с параметрами: n – длиной кодовой комбинации номера вершины, k – основанием кода, r – мощностью пересечения кодовых комбинации номеров вершин, т.е.

$$\bigcup_{t=1}^T G(X_t, Y_t) \cup \bar{V} \sim G(A, V) \subseteq \text{ГКП}(n, k, r), \quad (1)$$

где

$$\bar{V} = V / \bigcup_{t=1}^T Y_t \quad (2)$$

– дополнение, множество дуг, соединяющих вершины непересекающихся графов. Множество \bar{V} может быть пустым. Элементы множества \bar{V} в дальнейшем называются мостами.

Алгоритм решения поставленной задачи включает следующую последовательность процедур:

- 1) Построение блочно-диагональных матриц БДМ $G(X_t, Y_t)$, $t=1, \dots, T$.
- 2) Построение матриц пересечений номеров вершин МПН $G(X_t, Y_t)$, $t=1, \dots, T$.
- 3) Построение объединенной матрицы пересечений номеров вершин МПН $G(A, V)$.
- 4) Выбор процедуры нумерования вершин графов – совмещенное или раздельное.
- 5) Определение параметров n и r при заданном значении параметра k ПП $\text{ГКП}(n, k, r)$.
- 6) Кодирование вершин произвольных графов.

Конечной целью работы алгоритма является присвоение вершинам произвольных графов кодовых комбинаций номеров вершин ПП ГКП. Рассмотрим содержание этих процедур подробно.

3. Алгоритм построения единого порожденного подграфа ГКП

3.1. Построение блочно-диагональных матриц графов

Под блочно-диагональной матрицей произвольного графа понимается квадратная матрица размером $X_t \times X_t$, полученная из его матрицы смежности путем разбиения множества вершин графа на непересекающиеся подмножества (Амосов, Шарипова, 1977). Каждое из непересекающихся подмножеств образует в БДМ непустой блок: элементы внутри блока имеют значения 1 или 0. Непустые блоки в БДМ располагаются вдоль главной диагонали. Остальные элементы БДМ, не входящие в диагональные блоки, имеют нулевые значения. Процедура разбиения множества вершин графа на непересекающиеся подмножества соответствует перестановке строк и столбцов в матрице смежности графа. Процедуру построения БДМ $G(X_t, Y_t)$, $t=1, \dots, T$, для $\{G(X_t, Y_t)\}$ проводим в следующем виде.

Вводим обозначения: $U^+ x'_\mu$, $\mu=0, \dots, p_t$, – множество вершин, в которые входят дуги, исходящие из вершины x'_μ графа $G(X_t, Y_t)$, $t \in [1, T]$; $U^- x'_\mu$, $\mu=0, \dots, p_t$, – множество вершин, из которых исходят дуги, направленные в вершину x'_μ графа $G(X_t, Y_t)$, $t \in [1, T]$. Таким образом, $U^+ U^- x'_\mu$ – множество вершин, в которые входят дуги, исходящие из множества вершин $U^- x'_\mu$ и т.д.

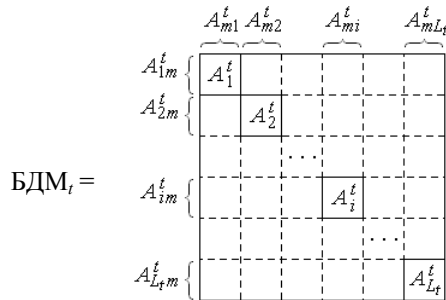
Представляем графы $\{G(X_t, Y_t)\}$ в виде матриц смежности $M G(X_t, Y_t)$, $t=1, \dots, T$. Для произвольного $t \in [1, T]$ на первом шаге $i=1$ процедуры разбиения множества вершин графа $G(X_t, Y_t)$ на непересекающиеся подмножества в его матрице смежности $M G(X_t, Y_t)$ выбираем произвольную строку, соответствующую вершине $x'_\lambda \in X_t$. Определяем все столбцы, на пересечении которых с данной строкой расположены единицы. Для вершины $x'_\lambda \in X_t$ строим множество $U^+ x'_\lambda$. Рассматриваем столбцы, соответствующие вершинам из множества $U^+ x'_\lambda$. Определяем все строки, на пересечении которых с найденными столбцами расположены единицы. Строим для множества $U^+ x'_\lambda$ множество $U^+ U^+ x'_\lambda$. Рассматриваем строки, соответствующие вершинам из множества $U^+ U^+ x'_\lambda$. Определяем все столбцы, на пересечении которых с найденными строками расположены единицы. Строим для множества $U^+ U^+ x'_\lambda$

множество $U^+U^-U^+x'_\lambda$. Продолжаем процедуру до тех пор, пока найденные множества не начнут повторяться. Таким образом, на этом шаге определяем множества вершин A^t_{1m} и A^t_{m1} , которые в общем случае имеют вид:

$$\begin{aligned} A^t_{im} &= x'_\lambda \cup U^-U^+x'_\lambda \cup U^-U^+U^-U^+x'_\lambda \cup \dots \cup U^-U^+ \dots U^-U^+x'_\lambda, \\ A^t_{mi} &= U^+x'_\lambda \cup U^+U^-U^+x'_\lambda \cup U^+U^-U^+U^-U^+x'_\lambda \cup \dots \cup U^+U^-U^+ \dots U^-U^+x'_\lambda. \end{aligned} \quad (3)$$

По построению, A^t_{1m} есть множество вершин, из которых исходят дуги, направленные только в вершины множества A^t_{m1} , а A^t_{m1} есть множество вершин, в которые входят дуги, направленные только из множества вершин A^t_{1m} . Если $A^t_{1m} \neq X_t$, то на следующем шаге $i=2$ в качестве x'_λ выбираем произвольную вершину $x'_\lambda \in X_t \setminus A^t_{1m}$, и для нее определяем указанным выше способом (3) множества A^t_{2m} и A^t_{m2} . Если $A^t_{1m} \cup A^t_{2m} \neq X_t$, то повторяем процедуру (3) вновь. Пусть на некотором шаге $i=L_t$ ($0 < L_t < p_t$) $\bigcup_{i=1}^{L_t} A^t_{im} = X_t$. Тогда на этом шаге процедуру определения множеств A^t_{im} и A^t_{mi} закончим.

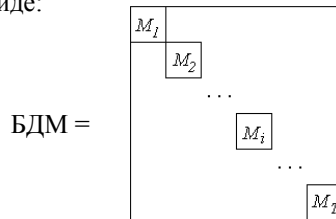
В результате матрица смежности произвольного графа приведена к виду, соответствующему БДМ ГКП, а именно:



Строки блоков $A^t_i \neq \emptyset$, $i = 1, \dots, L_t$ матрицы БДМ_t соответствуют вершинам из A^t_{im} , а столбцы соответствуют вершинам из A^t_{mi} , $t=1, \dots, T$. Далее проводим процедуру (3) для остальных графов.

Изложенная выше процедура разбиения вершин произвольного графа на непересекающиеся множества вершин имеет смысл не для любого графа. Графы, имеющие достаточно большую связность вершин, на непересекающиеся множества не разбиваются. С уменьшением связности графа число блоков в его БДМ растет. Минимальной связностью в соответствии с условиями задачи обладают топологии типа ориентированное "кольцо". Построенная для такого графа БДМ имеет число ненулевых блоков, равное числу вершин в графе. БДМ, построенная для кольцевой топологии, имеет максимальные среди всех типов топологий размеры. Учитывая, что число ненулевых блоков в БДМ зависит от величины связности графа, можно качественно определить понятия слабо-, средне- и сильносвязанных графов, используя процедуру разбиения вершин графов на непересекающиеся множества. Далее под сильносвязанными графами понимаются такие графы, которые не поддаются процедуре разбиения вершин на непересекающиеся множества ($L = 1$). Под среднесвязанными графами понимаются такие графы, вершины которых разбиваются на $1 < L \leq 0.5X$ непересекающихся множеств, где X – число вершин в графе. Под слабосвязанными графами понимаются такие графы, вершины которых разбиваются на $0.5X < L < X$ непересекающихся множеств.

Тривиальным решением проблемы объединения графов с целью построения ПП ГКП является объединение их БДМ_t в единую БДМ в виде:



Полученная таким образом матрица имеет размеры $X' \times X'$, где $X' = \bigcup_{t=1}^T X_t$. Далее, используя полученную матрицу, в принципе можно определить параметры и структуру объединенного изоморфного надграфа, являющегося ПП ГКП. Однако такое решение не является оптимальным. Оно не позволяет оптимизировать структуру единого графа. Кроме того, матрица смежности изоморфного ПП ГКП, полученная в результате такого объединения, является сильно разреженной. Поэтому она крайне неэкономична в отношении памяти ЭВМ, необходимой для ее обработки и хранения, а также в отношении расчетных величин структурных параметров ПП ГКП(n, k, r). Рациональное решение может быть получено с помощью использования матриц пересечений номеров вершин (Борисова, 2006).

3.2. Построение матриц пересечений номеров вершин графов

Матрицей пересечений номеров вершин произвольного графа в дальнейшем называется квадратная матрица размером $L_t \times L_t$, элементами которой являются множества вида:

$$A^t_{ij} = A^t_{im} \cap A^t_{mj}, i, j = 1, \dots, L_t, t = 1, \dots, T. \tag{4}$$

Матрицы МПН $G(X_t, Y_t) = \| A^t_{ij} \|, t=1, \dots, T$, построенные для заданных графов, используем для построения изоморфного покрывающего надграфа, являющегося ПП ГКП. Объединенную МПН $G(A, V) = \| A_{ij} \|$, формируем из МПН $G(X_t, Y_t) = \| A^t_{ij} \|, t=1, \dots, T$, по схеме (рис. 1).

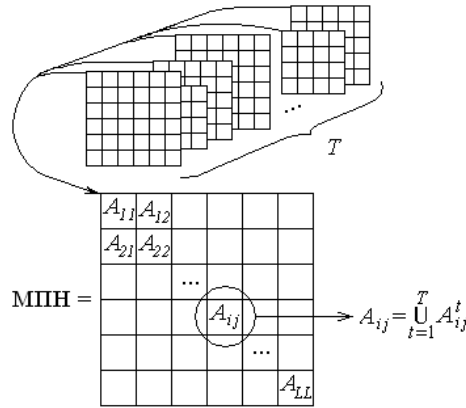


Рис. 1. Схема объединения МПН произвольных графов

В i, j -той позиции объединенной МПН $G(A, V)$ помещаем множество A_{ij} , полученное объединением одноименных по i и j элементов $A^t_{ij}, \forall t \in [1, T]$, МПН $G(X_t, Y_t)$ объединяемых графов:

$$A^t_{ij} = \bigcup_{t=1}^T A^t_{ij}, i, j = 1, \dots, L, L = \max_{t=1, \dots, T} L_t. \tag{5}$$

Сформированная таким образом $L \times L$ – матрица МПН $G(A, V)$ задает топологию изоморфного надграфа заданных произвольных графов, являющегося ПП ГКП. Она полностью сохраняет структуры объединяемых МПН $G(X_t, Y_t)$, является гибкой в отношении добавления и исключения вершин, дуг, матриц, допускает варьирование своей структуры в целях оптимизации с сохранением структур входящих в нее подматриц и, наконец, является компактной и экономичной в отношении требуемой памяти ЭВМ. Вопросы оптимизации структуры ПП ГКП в данной работе не рассматриваются.

3.3. Определение параметров ГКП

В соответствии с определением, матрица пересечений кодовых комбинаций номеров вершин ГКП имеет размер $k^{n-r} \times k^{n-r}$, причем элементами являются множества пересечений номеров вида (Борисова, 2006):

$$B_{im} \cap B_{mj} = \{(i-1) + (j-1)k^r + \xi k^{n-r}\}, i, j = 1, \dots, L, \xi = 0, 1, 2, \dots, k^r. \tag{6}$$

При этом

$$|B_{im} \cap \bigcup_{i=1}^L B_{mj}| = |\bigcup_{i=1}^L B_{mj} \cap B_{im}| = k^r, \tag{7}$$

где $B_{im} = \{i-1, i-1+k^{n-r}, i-1+2 \cdot k^{n-r}, \dots, i-1+k^n - k^{n-r}\}$ – номера строк БДМ, а $B_{mj} = \{(j-1)k^r, (j-1)k^r + 1, \dots, jk^r - 1\}$ – номера столбцов БДМ, $i, j = 1, \dots, L$, здесь пометка m введена для удобства идентификации номеров строк и столбцов. Например, если $i = j = 2$, то $B_{2m} \neq B_{m2}$.

С учетом

$$|\bigcup_{j=1}^L B_{mj}| = |B_{mj}| L, j = 1, \dots, L,$$

имеем:

$$|B_{im} \cap B_{mj}| L = k^r. \tag{8}$$

Отсюда при заданном значении параметра k параметр r ГКП определяем с помощью выражения

$$r = \lceil \log_k |B_{im} \cap B_{mj}| \rceil + \lceil \log_k L \rceil, \tag{9}$$

где $\lceil x \rceil$ – наименьшее целое, не меньшее x .

Учитываем зависимости между параметрами ГКП, вытекающие из (6), и получаем:

$$k^n = k^r L, \quad n = r + \log_k L. \quad (10)$$

После подстановки (8) в (10) получаем выражение для определения параметра n ГКП:

$$n = \log_k |B_{im} \cap B_{mj}| + 2 \log_k L \quad (11)$$

или с учетом $|B_{im} \cap B_{mj}| = B_{ij}$ имеем:

$$r = \log_k |B_{ij}| + \log_k L, \quad n = \log_k |B_{ij}| + 2 \log_k L. \quad (12)$$

Переходим к определению параметров порожденного подграфа ГКП.

Аналитические выражения для определения минимальных параметров ПП ГКП(n, k, r) при объединении произвольных графов для заданного значения параметра k получаем, используя МПН (рис. 1). Учитывая (5) и (12), получаем выражения:

$$r = \lceil \log_k \max_{ij} |A_{ij}| \rceil + \log_k \lceil L \rceil, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad (13)$$

$$n = \lceil \log_k \max_{ij} |A_{ij}| \rceil + 2 \log_k \lceil L \rceil, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad (14)$$

или, используя выражения (3), имеем

$$r = \lceil \log_k \max_{ij} |A_{im} \cap A_{mj}| \rceil + \log_k \lceil L \rceil, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad (15)$$

$$n = \lceil \log_k \max_{ij} |A_{im} \cap A_{mj}| \rceil + 2 \log_k \lceil L \rceil, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad (16)$$

где $\lceil x \rceil$ – наименьшее целое, не меньшее x , $L = \max_{t=1 \dots T} L_t$.

Выражения (13-16) позволяют вычислять параметры изоморфного надграфа, являющегося порожденным подграфом ГКП, для любого числа произвольных графов без непосредственного построения матриц БДМ и МПН.

4. Кодирование вершин произвольных графов

Возможны два способа присвоения вершинам произвольных графов кодированных номеров ПП ГКП – совмещенное и раздельное.

При совмещенном присвоении нескольким вершинам произвольных графов, отображающих топологии разных транспортных сетей, присваивается один и тот же (единый) кодированный номер. Такая схема присвоения на практике может быть использована для определения мест (географических координат) оптимального размещения грузовых перевалочных пунктов, интеграторов грузовых перевозок и логистических центров.

При раздельном нумеровании всем вершинам произвольных графов присваиваются индивидуальные (персональные) кодированные номера. На практике это можно использовать для формирования общей связанной физической структуры МАТС в случае, когда отдельные транспортные сети не имеют путевых переходов из одной сети в другую. Персональные кодированные номера вершин графов позволяют, используя формализованные процедуры, определять оптимальные места расположения дополнительных путей для перехода из одной транспортной сети в другую. Дополнительные пути моделируются в едином графе с помощью мостов.

Далее рассматриваем оба способа нумерования подробно.

Раздельное нумерование вершин. Имеем произвольные графы, которые в объединенном графе не пересекаются и являются несвязанными. Для их объединения в единый связный граф требуется построить мосты. Используя МПН объединенной структуры, каждому номеру a из множества номеров вершин исходных графов $a \in A_{ij}^t, i, j = 1, \dots, L, t = 1, \dots, T$, присваиваем персональный номер b из множества кодированных номеров вершин ГКП $b \in B_{ij}, i, j = 1, \dots, L$. Таким образом, вершины заданных произвольных графов получают кодированные номера:

$$\bigcup_{t=1}^T X_t \sim A_{ij} = \bigcup_{t=1}^T A_{ij}^t \subseteq \{(i-1) + (j-1)k^t + \xi k^{n-r}\}, \quad \xi = 0, 1, 2, \dots, k^r, \quad i, j = 1, \dots, L, \quad L = \max_{t=1 \dots T} L_t. \quad (17)$$

Множество дуг объединяемых произвольных графов дополняем множеством мостов $\bar{V} \subseteq V \cup \bigcup_{t=1}^T Y_t, G(A, V) \subseteq \text{ГКП}(n, k, r)$, получаем:

$$\bigcup_{t=1}^T G(X_t, Y_t) \cup \bar{V} \sim G(A, V) \subseteq \text{ГКП}(n, k, r). \quad (18)$$

Мосты определяем, используя единую МПН, по схеме (рис. 2) (Борисова, 2006). В соответствии с данной схемой, мост исходит из вершины $a^\lambda \in A_{ij}^\lambda, i = 1, \dots, L$ какого-либо одного графа $\lambda \in [1, T]$,

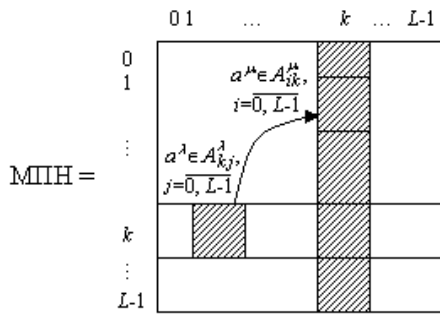


Рис. 2. Схема определения мостов в ПП ГКП по МПН

находящейся в любой из позиций k -той строки МПН, и входит в вершину $a^\mu \in A^\mu_{kj}$, $i=1, \dots, L$ любого другого графа $\mu \in [1, T]$, находящуюся в любой из позиций k -того столбца МПН, причем, $\lambda \neq \mu$.

Совмещенное нумерование вершин. Для проведения процедуры совмещенного нумерования вершин произвольных графов в единый ПП ГКП вводим операцию $B(f)$, которую определяем следующим образом: операция $B(f) = B(\{x^i\})$ над некоторой совокупностью вершин $\{x^i\} = \{x^\alpha_k, x^\beta_l, \dots, x^\gamma_m\}$, $\alpha \neq \beta \neq \dots \neq \gamma \in [1, T]$, входящих во множество вершин $\bigcup_{i=1}^T X_i$ и принадлежащих разным графам, заменяет эту совокупность вершин одной вершиной, что эквивалентно объединению узлов, принадлежащих разным транспортным сетям, в общий узел, т.е.:

$$B(x^\alpha_k, x^\beta_l, \dots, x^\gamma_m) = x_{kl\dots m}^{\alpha\beta\dots\gamma} \sim a^s \in A_{ij}, i, j=1, \dots, L, L = \max_{t=1\dots T} L_t, \alpha \neq \beta \neq \dots \neq \gamma \in [1, T]. \quad (19)$$

Вершинам графов, входящим во множество $\{x^\alpha_k, x^\beta_l, \dots, x^\gamma_m\}$, $\alpha \neq \beta \neq \dots \neq \gamma \in [1, T]$, в соответствии с операцией $B(f)$, присваивается единый кодированный номер, остальные узлы получают персональные кодированные номера. Единый номер следует присваивать только вершинам, входящим в один векторный элемент МПН. Вершинам, входящим в разные векторные элементы МПН, единый номер не присваивается. Процедура кодирования совмещенных вершин не отличается от (17).

Возможно смешанное кодирование узлов при построении топологии МАТС с применением обоих подходов к нумерованию узлов в транспортных сетях.

Проиллюстрировать работу алгоритма кодирования вершин произвольных графов в единый порожденный подграф ГКП можно на следующем примере.

Пример. Пусть три транспортные сети заданы в виде графов $G(X_1, Y_1)$, $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$ и представлены матрицами смежностей соответственно M_1, M_2, M_3 , а именно:

$$M_1 = \begin{matrix} & x_0^1 & x_1^1 & x_2^1 & x_3^1 & x_4^1 \\ \begin{matrix} x_0^1 \\ x_1^1 \\ x_2^1 \\ x_3^1 \\ x_4^1 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}, \quad M_2 = \begin{matrix} & x_0^2 & x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \\ \begin{matrix} x_0^2 \\ x_1^2 \\ x_2^2 \\ x_3^2 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}, \quad M_3 = \begin{matrix} & x_0^3 & x_1^3 & x_2^3 & x_3^3 & x_4^3 & x_5^3 \\ \begin{matrix} x_0^3 \\ x_1^3 \\ x_2^3 \\ x_3^3 \\ x_4^3 \\ x_5^3 \end{matrix} & \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} \end{matrix}.$$

Шаг 1. Выбираем в графе $G(X_1, Y_1)$ в качестве исходной вершину x^1_0 . По формуле (3) строим множества A^1_{1m} и A^1_{m1} : $U^+ x^1_0 = \{x^1_1, x^1_2\}$, $U^- U^+ x^1_0 = \{x^1_0, x^1_1\}$, $U^+ U^- U^+ x^1_0 = \{x^1_1, x^1_2\}$, т.е. множество A^1_{m1} не изменяется. Следовательно, $A^1_{1m} = \{x^1_0, x^1_1\}$, $A^1_{m1} = \{x^1_1, x^1_2\}$. Анализ: $A^1_{1m} = X_1$? "Нет". Выбираем вершину $x^1_2 \in X_1 \setminus A^1_{1m}$. Для этой вершины строим множества $A^1_{2m} = \{x^1_2\}$ и $A^1_{m2} = \{x^1_3\}$. Анализ: $A^1_{1m} \cup A^1_{2m} = X_1$? "Нет". Выбираем вершину $x^1_3 \in X_1 \setminus A^1_{1m} \cup A^1_{2m}$. Строим множества $A^1_{3m} = \{x^1_3, x^1_4\}$ и $A^1_{m3} = \{x^1_0, x^1_4\}$. Анализ: $\bigcup_{i=1}^3 X_i = X_1$? "Да". Процедуру построения множеств закончим.

Аналогично для графов $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$ получаем непересекающиеся множества вершин: $A^2_{1m} = \{x^2_0\}$, $A^2_{m1} = \{x^2_1\}$, $A^2_{2m} = \{x^2_1\}$, $A^2_{m2} = \{x^2_2\}$, $A^2_{3m} = \{x^2_2\}$, $A^2_{m3} = \{x^2_3\}$, $A^2_{4m} = \{x^2_3\}$, $A^2_{m4} = \{x^2_0\}$; $A^3_{1m} = \{x^3_0, x^3_3, x^3_4\}$, $A^3_{m1} = \{x^3_0, x^3_5\}$, $A^3_{2m} = \{x^3_1, x^3_2\}$, $A^3_{m2} = \{x^3_2, x^3_3\}$, $A^3_{3m} = \{x^3_5\}$, $A^3_{m3} = \{x^3_1, x^3_4\}$.

Шаг 2. Определяем, используя выражение (4), пересечения номеров вершин графа $G(X_1, Y_1)$ для всех блоков: $A^1_{11} = A^1_{1m} \cap A^1_{m1} = \{x^1_1\}$, $A^1_{13} = A^1_{1m} \cap A^1_{m3} = \{x^1_0\}$, $A^1_{21} = A^1_{2m} \cap A^1_{m1} = \{x^1_2\}$, $A^1_{32} = A^1_{3m} \cap A^1_{m2} = \{x^1_3\}$, $A^1_{33} = A^1_{3m} \cap A^1_{m3} = \{x^1_4\}$. Полученные векторы являются элементами МПН₁ для графа $G(X_1, Y_1)$. Аналогично определяем пересечения номеров вершин для графов $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$. Соответствующие МПН₁, МПН₂ и МПН₃ имеют вид:

$$\text{МПН}_1 = \begin{vmatrix} x^1_1 & 0 & x^1_0 \\ x^1_2 & 0 & 0 \\ 0 & x^1_3 & x^1_4 \end{vmatrix}, \quad \text{МПН}_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & x^2_0 \\ x^2_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x^2_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x^2_3 & 0 \end{vmatrix}, \quad \text{МПН}_3 = \begin{vmatrix} x^3_0 & x^3_3 & x^3_4 \\ 0 & x^3_2 & x^3_1 \\ x^3_5 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Шаг 3. Определяем для графов $G(X_1, Y_1)$, $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$ по формуле (5) векторные элементы, образующие объединенную МПН вида:

$$\text{МПН} = \begin{vmatrix} \{x_1^1, x_0^3\} & \{x_3^3\} & \{x_0^1, x_4^3\} & \{x_0^2\} \\ \{x_2^1, x_1^2\} & \{x_2^3\} & \{x_1^3\} & 0 \\ \{x_5^3\} & \{x_3^1, x_2^2\} & \{x_4^1\} & 0 \\ 0 & 0 & \{x_3^2\} & 0 \end{vmatrix}.$$

Далее переходим к процедуре кодирования вершин графов $G(X_1, Y_1)$, $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$. Рассматриваем оба способа нумерования вершин.

Способ 1 – раздельное нумерование.

Шаг 4. Определяем по формулам (13, 14) параметры ПП ГКП, считая параметр $k=2$: $r = \lceil \log_2 2 \rceil + \varepsilon \log_2 4\nu = 3$, $n = \varepsilon \log_2 2\nu + 2 \varepsilon \log_2 4\nu = 5$.

Шаг 5. Присваиваем, в соответствии с выражением (17), вершинам графов $G(X_1, Y_1)$, $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$ кодированные номера ГКП(5, 2, 3) (табл. 1).

Таблица 1. Присвоение кодированных номеров вершинам графов при раздельном нумерование

Параметры ПП ГКП	Сеть 1			Сеть 2			Сеть 3		
	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер
$n = 5$ $k = 2$ $r = 3$	x_0^1	1, 3	10000	x_0^2	1, 4	11000	x_0^3	1, 1	00100
	x_1^1	1, 1	00000	x_1^2	2, 1	00101	x_1^3	2, 3	10101
	x_2^1	2, 1	00001	x_2^2	3, 2	01110	x_2^3	2, 2	01001
	x_3^1	3, 2	01010	x_3^2	4, 3	10011	x_3^3	1, 2	01000
	x_4^1	3, 3	10010				x_4^3	1, 3	10100
						x_5^3	3, 1	00010	

Шаг 6. Определяем в соответствии с (2) и (18), используя схему (рис. 2), множество мостов, например: x_5^3 (00010) – x_0^1 (10000); x_0^2 (11000) – x_0^3 (00100), и т.д.

Способ 2 – совмещенное нумерование.

Шаг 4. Определяем по МПН вершины, которым будут присвоены единые кодированные номера, и применяем к ним операцию $B(f)$: $B(x_1^1, x_0^3) = x_{10}^{13}$, $B(x_0^1, x_4^3) = x_{04}^{13}$, $B(x_2^1, x_1^2) = x_{21}^{12}$, $B(x_3^1, x_2^2) = x_{32}^{12}$.

Шаг 5. Определяем по формулам (13, 14) параметры ПП ГКП, считая параметр $k = 2$: $r = \lceil \log_2 1 \rceil + \varepsilon \log_2 4\nu = 2$, $n = \varepsilon \log_2 1\nu + 2 \varepsilon \log_2 4\nu = 4$.

Шаг 6. Присваиваем в соответствии с выражением (17) вершинам графов $G(X_1, Y_1)$, $G(X_2, Y_2)$, $G(X_3, Y_3)$ кодированные номера ГКП(4, 2, 2) (табл. 2).

Таблица 2. Присвоение кодированных номеров вершинам графов при совмещенном нумерование

Параметры ПП ГКП	Сеть 1			Сеть 2			Сеть 3		
	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер	Узел в сети	Строка, столбец в МПН	Кодированный номер
$n = 4$ $k = 2$ $r = 2$	x_0^1	1, 3	1000	x_0^2	1, 4	1100	x_0^3	1, 1	0000
	x_1^1	1, 1	0000	x_1^2	2, 1	0001	x_1^3	2, 3	1001
	x_2^1	2, 1	0001	x_2^2	3, 2	0110	x_2^3	2, 2	0101
	x_3^1	3, 2	0110	x_3^2	4, 3	1011	x_3^3	1, 2	0100
	x_4^1	3, 3	1010				x_4^3	1, 3	1000
						x_5^3	3, 1	0010	

5. Заключение

1) Предложен метод формализованного представления произвольных топологий транспортных сетей, удобный для компьютерной обработки и экономичный в отношении требуемой памяти ЭВМ. Метод основан на использовании свойств графов кодовых пересечений и применим для любых транспортных сетей с произвольными топологиями, представленными слабо- и среднесвязанными графами.

2) Доказана возможность формирования мультимодальной ассоциативной системы (МАТС), состоящей из отдельных разнородных транспортных сетей и имеющей единое для всех сетей

информационное бизнес-пространство. Предложена концепция построения и сформулированы требования к МАТС. Разработана аналитическая топологическая модель МАТС. Намечены пути оптимизации топологии МАТС.

3) Предложен способ и разработан алгоритм построения для произвольного числа произвольных графов единого изоморфного надграфа, являющегося порожденным подграфом ГКП. Алгоритм позволяет формировать структуру МАТС, используя уже существующие транспортные сети, а также допускает "мягкую" реконфигурацию и расширение в неограниченных пределах путем введения (выведения) в общую ассоциацию новых узлов, путей и отдельных транспортных сетей.

4) Предложены варианты кодирования узлов транспортных сетей, которые позволяют определять в МАТС оптимальные места размещения грузовых перевалочных пунктов, интеграторов грузовых перевозок, логистических центров и "мостов" – дополнительных путей для перехода из одной транспортной сети в другую. Процедура кодирования вершин проста и экономична в отношении машинного времени. Она может быть легко проведена в случае изменения топологии МАТС.

5) Развита математический аппарат теории графов кодовых пересечений. Получены аналитические выражения для определения минимальных по величине структурных параметров n и r , при заданном значении параметра k изоморфного надграфа произвольного числа произвольных графов, являющегося порожденным подграфом $ГКП(n, k, r)$.

Литература

- Амосов А.А., Шарипова М.М.** Метод определения путей в сетях связи. *Техника средств связи*, сер. ТПС, вып. 8(18), с.15-22, 1977.
- Борисова Л.Ф.** К вопросу организации движения судов на базе графов кодовых множеств. *Электрооборудование и электроэнергетика: сб. науч. трудов. Калининград, КГТУ*, с.53-63, 2003.
- Борисова Л.Ф.** Прикладные вопросы теории графов кодовых пересечений. *Вестник МГТУ*, т.9, № 2, с.291-300, 2006.
- Оре О.** Теория графов. *М., Наука*, 336 с., 1980.