УДК 656.611 : 519.237.8 : 519.1

Условия квазитранзитивности меры безопасности на множестве ситуаций, образующих судовую ключевую операцию

В.И. Меньшиков, Фургаса Мердаса Десаллень
Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. Рассматривается постановка задачи классификации множества ситуаций, образующих судовую ключевую операцию, по матрице их связанности на подмножества с квазитранзитивной мерой безопасности.

Abstract. The authors have analyzed the problem of the classification of an ensemble of situations forming a ship key operation. The problem has been considered by the matrix of their connectedness into subsets with a quasitransitive security measure.

1. Введение

При решении современных практических задач в области обеспечения безопасности судовождения может возникать необходимость в выделении свойства квазитранзитивности меры безопасности на основе решения задачи классификации некоторых совокупностей ситуаций, которые в конечном итоге образуют рассматриваемую судовую ключевую операцию. Основой для решения такой задачи может служить показатель попарной связанности между отдельными ситуациями в отдельно выделенной совокупности, являющейся элементом судовой ключевой операции.

Сформулируем задачу классификации с обязательным выделением транзитивных участков судовой ключевой операции следующим образом. Пусть судовая ключевая операция определена как последовательность n ситуаций, а $W = (W_{ij})$, $j,j = (1, 2…n)$ – матрица показателей их связанности. Будем далее считать, что для каждого элемента судовой ключевой операции $M \subset N$ задан "хорошо" определенный функционал связанности $f(W, M)$, отражающий степень взаимосвязи ситуаций в подмножестве. Тогда задачу по выделению участков судовой ключевой операции со свойством квазитранзитивности меры безопасности можно свести к задаче классификации общего вида, в которой заданы: пороговое значение $\alpha \geq 0$, определяющее сохранность свойства квазитранзитивности на элементе, и целое число $r > 1$, равное числу выделенных элементов в заданной операции. Следовательно, в общем случае для решения сформулированной таким образом задачи требуется, во-первых, зафиксировать структуру классификации $<f, \alpha, r>$, а, во-вторых, разбить множество N на не более чем r подмножеств (элементов) $M_1, M_2,..., M_{r'}$ при $r' \leq r$, для которых "хорошо" определенный функционал $f(W, M_i) \geq \alpha$, если $i = 1, r'$.

2. Основные принципы классификации

Для практического решения задачи классификации сформулируем следующие интуитивно очевидные предположения о "хорошо" определенном функционале связанности на элементах судовой ключевой операции. "Хорошо" определенный функционал должен отвечать следующему набору свойств:
– функционал $f(W, M)$ зависит только от показателей взаимосвязи ситуаций из M;
– функционал $f(W, (i, j)) = W_{ij}$;
– все элементы матрицы W равны между собой, или $f(W, M) = f(W, K)$ для любых подмножеств $M, K \subset N$.

Легко видеть, что данным предположениям будут отвечать достаточно широко используемые на практике функционалы минимальной внутренней связи (*Дюран, Одел*, 1977) или функционалы средней внутренней связи (*Купершток и др*., 1976). Однако практически реализовать эту задачу можно, если для этой цели привлечь принципы и процедуры, используемые при раскраске графа в два цвета ($r = 2$). В самом деле, для ее решения достаточно предъявить разбиение множества N на r подмножеств и осуществить проверку выполнения условия $f(W, M_i) \geq \alpha$ при $i = 1, r$.

Пусть далее раскрашиваемый граф имеет структуру $G = (N, U)$, где N – множество вершин, а U – множество взвешенных ребер с весом p_j. Множество N будем называть независимым, если любые две вершины из N не смежны между собой.

В терминах процедуры по раскраске графа решение задачи, связанной с выделением на множестве N транзитивных подмножеств $M_1, M_2,..., M_{r'}$ при $r' \leq r$, для которых $f(W, M_i) \geq \alpha$ при $i = 1, r'$, можно сформулировать как решение задачи разбиения множества вершин N на не более чем r независимых подмножеств. Определим матрицу $V = (V_{ij})$, в которой

$$V_{ij} = \begin{cases} \alpha, \text{ если } (i,j) \notin U, \\ 0, \text{ если } (i,j) \in U. \end{cases} \qquad (1)$$

Далее, используя свойства "хорошо" определенного функционала и индикаторную функцию (1), покажем, что с помощью операции разбиения можно выделить транзитивные подмножества M_1, M_2,..., $M_{r'}$, по сути, проведя классификацию в структуре $<f, \alpha, r>$.

Пусть $M = \{i, j\}$, тогда по второму свойству справедливо отношение

$$f(V, \{i, j\}) = V_{ij} \leq \alpha,$$

причем $V_{ij} = \alpha$ тогда и только тогда, когда i, j не смежны. Если это утверждение верно для всех подмножеств с числом вершин, не превышающим K, и $|M| = K + 1$, то возможны два случая.

В первом случае все веса вершин из M равны α, и элементы матрицы $V' = (V'_{ij})$, определенной для K-последовательности, также равны α. Тогда, учитывая первое свойство "хорошего" функционала, можно найти

$$f(V', L) = f(V, L),$$

для любого $L \subseteq M$.

Далее, по третьему предположению о "хорошем" функционале для любого подмножества $L \subset M$, $|L| < K$ имеет место

$$f(V, L) = f(V', L) = f(V', M) = f(V, M).$$

Следовательно, в том случае, когда L – независимое множество, допустимо принять, что

$$f(V, M) = f(V, L) = \alpha.$$

Во втором случае, по построению матрицы V, в M есть пары элементов с различными весами связей (ребер), и на основании второго свойства "хорошо" определенного функционала можно считать, что для некоторого α и $|L| < K$ будет иметь место

$$f(V, L) > f(W, M).$$

Однако $f(V, L) \leq \alpha$ и, следовательно, $f(W, M) \geq \alpha$ только тогда, когда M не является независимым подмножеством. Нетрудно проверить, что условие $f(W, M) \geq \alpha$ является для выделенного подграфа, порожденного множеством вершин M графа G, показателем связанности.

3. Заключение

Таким образом, в работе по заданному графу G была построена матрица связей, использование которой в рамках структуры $<f, \alpha, r>$ позволяет произвести идентификацию на множестве ситуаций, образующего судовую ключевую операцию, конечного числа связанных подмножеств, обеспечивающих свойство квазитранзитивности, например, мере безопасной навигации.

Литература

Дюран Б., Одел П. Кластерный анализ. *М., Статистика*, 378 с., 1977.

Купершток В.П., Миркин Б.Г., Трофимов В.А. Сумма внутренних связей как показатель качества классификации. *Автоматика и телемеханика*, № 3, с.133-141, 1976.