

представляют переходные режимы по типу перелома тренда, изменения факторов внешнего воздействия и т.д., которые приводят к квазипериодическим и квазигармоническим решениям на фоне хаотического поведения системы. Поэтому информативный анализ рядов динамики, порождаемых экономическими системами, в целях управления ими невозможен без учёта результатов, получаемых на основе использования современных методов экспериментальных исследований динамики нелинейных систем.

Традиционные подходы к анализу физически реализованных сигналов, образов и временных рядов, порождаемых сложными динамическими системами, в основном базируются на статистических методах, чаще всего на спектрально-корреляционных методах в различных их вариантах. При этом, вследствие статистического подхода к анализу сигналов, динамическая сущность процессов, их порождающих, как правило, уходит на второй план.

Особенностью анализа на коротких реализациях, характерных для региональной экономической статистики, является необходимость применения сглаживающих окон. Как известно (Бендат, Пирсол, 1983; Блейхут, 1989), без них усиливается влияние эффекта растекания дискретных составляющих в боковые лепестки. Кроме того, увеличение числа участков разбиения исходной реализации ограничивает разрешающую способность анализа во временной области, поэтому в настоящее время предложен ряд алгоритмов анализа со скользящими сглаживающими и взвешивающими (усредняющими) окнами. Нами предлагается вариант время-частотного анализа со сглаживающим окном, частично выполняющим функцию взвешивающего окна.

2. Время-частотный анализ: декомпозиция по всплескам

Наиболее известными вариантами время-частотного анализа высокого разрешения являются наиболее ранний анализ со скользящим гауссовским окном (окно Габора) (Gabor, 1946) и наиболее развитый и эффективный вариант анализа этого типа известный как распределение Вигнера (Claassen, Mecklenbrauker, 1980). Применение алгоритмов анализа со скользящими окнами позволяет существенно увеличить разрешающую способность анализа во временной области при сохранении достаточно высокого разрешения в частотной области, однако сопряжено со значительным увеличением объёма вычислений. Эти методы анализа широко применяются при углублённом анализе сигналов во время-частотной области, например, при распознавании речи. В настоящее время показано (Daubechies, 1990), что декомпозиция сигнала под скользящими окнами является частным случаем декомпозиции сигнала (образа) в новом типе ортогонального базиса известного как базис всплесков (wavelet basis). Мы также пошли по пути разработки скользящего окна с требуемыми свойствами на основе теории всплесков.

По своей сути базис всплесков представляет собой ортогональный базис разложения функций в функциональном гильбертовом пространстве, элементы которого определяются параметрами a, b и задаются выражением

$$\Psi_{a,b} = \pi^{-1/4} |a|^{-1/2} \Psi[(t-b)/a],$$

где $\Psi(t)$ – производящая или материнская функция. В качестве производящей функции можно использовать её основной вариант, известный как функция Морле, которую можно записать в виде:

$$\Psi = \exp(i2\pi f_0 |t|) \exp(-|t|^2/2), \quad (2)$$

где $f_0 = 1/2(\ln 2)^{0.5}$ Гц $\approx 0,6$ Гц, если время t измеряется в секундах. Анализ функции (2) показывает, что она представляет собой гармонику с частотой f_0 под окном $\exp(-|t|^2/2)$. Форма этого окна близка к форме окна Габора (гауссовский колокольчик). Следует отметить, что выбор значения f_0 задаёт соотношение между эффективной шириной окна и периодом анализируемой гармоники. В нашем случае эффективная ширина окна во временной области принята равной периоду анализируемой гармоники, что соответствует максимальной разрешающей способности анализа по времени (рис. 1б).

Если принять значение параметра шкалы $a = 2^{-j/B}$, где j – натуральное число; B – число полос анализа, приходящихся на октаву, и значение параметра временной локализации b в секундах, то выражение для коэффициентов декомпозиции сигнала $x(t)$ в базисе $\Psi_{i,b}$ примет вид:

$$w_{jb} = \int x(t) \Psi_{jb}^*(t) dt, \quad (3)$$

где

$$\Psi_{j,b} = \pi^{-1/4} 2^{j/2B} \exp\{-2^{2j/B} (t-b)^2/2\} \exp(i2\pi f_0 2^{j/B} |t-b|), \quad (4)$$

$$j = B \log_2(f/f_0)$$

становится аналогичным преобразованию Фурье на коротких реализациях со специфическим нелинейным в смысле зависимости от частоты усредняющим окном

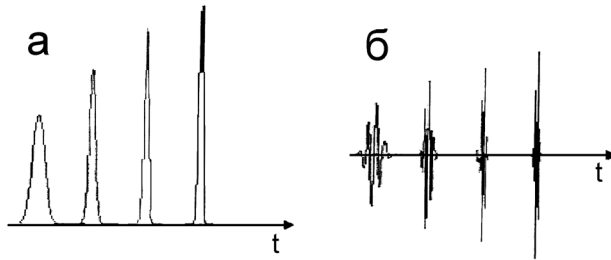


Рис. 1. Взвешивающие окна (а) и соответствующий им базис разложения по всплескам (б)

$$g_{j,b} = \pi^{-1/4} 2^{j/2B} \exp\{-2^{2j/B}(t-b)^2/2\}.$$

В этом состоит суть отличия предложенной декомпозиции от традиционного преобразования Фурье на коротких реализациях. Изменение геометрии окна при фиксированной позиции во времени ($b = \text{const}$) позволяет всматриваться в сигнал по частоте в темпе октавы или её кратностей. Огибающие элементов базиса разложения анализа формы представлены на рис. 1б. Для удобства окна представлены смещёнными во времени. Видно, что амплитуда окон растёт с ростом частоты от первой до четвёртой гармоники, но в темпе $\sim 2^{j/2}$, соответствующем разновидности анализа по всплескам – волновому атому (Demanet, Ying, 2006). При этом окно сужается с ростом частоты, что повышает точность локализации элемента базиса во времени.

Записанное в конечных разностях соотношение (3) с учётом (4) применительно к цифровому анализу сигналов в дискретной форме $x(n)$ приводит к выражению для коэффициентов разложения

$$w_{j,b} = \sum_{n=b-N/2}^{n=b+N/2} hx(n)g_{j,b} \exp(i2\pi f_0 2^{j/B} h |n-b|), \quad (5)$$

где

$$g_{j,b} = \pi^{-1/4} 2^{j/2B} \exp\{-2^{2j/B} h^2 (n-b)^2/2\}; \quad (6)$$

$$j = B \log_2(N/2m); \quad (7)$$

$f_0 = 1/(2\ln 2)$; $h = 1/f_0 N$; N – длина реализации; m – кратность частоты анализа относительно частоты Найквиста $f_N = Nf_0/2$; b – натуральное число.

Опыт работы с разложением (5) привёл к выводу о том, что в большинстве случаев для оценки эволюции мод во времени достаточно проведения анализа для основной и трёх высших гармоник анализируемой моды. Это достигается уже при 1/3-октавном анализе ($B=3$) в базисе всплесков. В дальнейшем мы покажем, что ограничение числа высших гармоник анализа имеет более глубокие основания и связано с процедурой реконструкции фазового пространства сигнала по методу вложения. Номер треть-октавной полосы, соответствующей основной гармонике колебания, найдём из соотношения

$$j = \text{int}[B \log_2(N/2m)], \quad (8)$$

которое отличается от соотношения (7) тем, что здесь подчёркнута необходимость выделения целой части. В свою очередь, выделение целой части (округление в меньшую сторону) приводит к тому, что частоты под второй экспонентой выражения (4) могут существенно отклоняться от истинных частот гармоник. Поэтому для анализа сигналов мы предлагаем использовать преобразование

$$w_{j,l,b} = \sum_{n=b-N/2}^{n=b+N/2} hx(n)g_{j,l,b} \exp(i2\pi l f_0 2^{j/B} h |n-b|), \quad (9)$$

где l – номер супергармоники. N – количество отсчетов, находящихся под окном (6), определяется, исходя из принятого значимого отклонения от нуля функции окна, асимптотически стремящейся к нулю на бесконечности. В частности, мы получаем N из условия

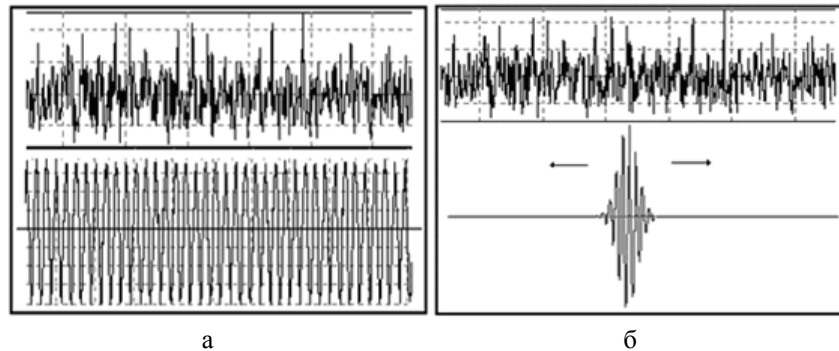
$$g_{j1,b}|_{n=N/2} < 0.01 g_{j1,b}|_{n=b}. \quad (10)$$

При этом для обеспечения адекватной сравнительной оценки мощности основной и высших гармоник на временном интервале, сравнимом с основным периодом, число отсчетов N , находящихся под окном, остаётся неизменным и для более узких окон, соответствующих высшим гармоникам.

Анализ выражения (9) показывает, что в таком виде анализ может рассматриваться как разновидность время-частотного анализа со скользящим окном (6), обладающим нелинейными свойствами всплеска. При этом настройка окна полосовая (треть-октавная), а настройка частоты анализа точная. Для фиксированного значения b коэффициенты разложения для основной гармоники $w_{j1,b}$ и трёх высших гармоник $w_{j2,b}$, $w_{j3,b}$, $w_{j4,b}$ могут быть найдены из выражения (9) при $j_1 = \text{int}[B \log_2(N/2m)]$; $j_2 = j_1 + 3$;

$j_3 = j_1 + 5; j_4 = j_1 + 6$, где m – частота основной гармоники в долях частоты Найквиста. Время на выполнение такого расчёта на несколько порядков меньше, чем время на расчёт (7). На рис. 1а приведены функции окна для четырёх гармоник (основной и трёх высших), на рис. 1б приведены соответствующие всплески, мерой корреляции сигнала с которыми в текущий момент времени являются коэффициенты $w_{j_1, b}$. В этом принципиальное отличие анализа по всплескам от Фурье анализа. Если в случае цифрового Фурье анализа коэффициенты Фурье должны рассматриваться как мера корреляции сигнала с соответствующей не локализованной во времени гармоникой (рис. 2а), то в случае анализа в базисе всплесков, речь идёт о мере корреляции с соответствующими локализованными во времени всплесками (рис. 2б).

Рис. 2. База оценки корреляции при обычном спектральном анализе (а) и при анализе по всплескам (б)



3. Анализ формы: метод и его обоснование

Как отмечалось выше, большинство сигналов, генерируемых сложными динамическими системами, являются полимодальными сигналами, поэтому их динамический анализ базируется на разработке процедур, позволяющих снижать модальность сложного сигнала путём выделения наиболее существенных мод, число которых определяет динамическую размерность процесса. Основанием для такого подхода является теорема Такенса (Малинецкий, Потапов, 2000), которая утверждает, что путём правильного подбора размерности m и параметра задержки τ можно получить $(m+1)$ -мерный фазовый образ, достаточно полно отражающий свойства истинной траектории динамической системы в фазовом пространстве. Уравнение этой синтетической траектории может быть записано в виде

$$z_{i+1} = x(t - i\tau), \quad (11)$$

где индекс $(i+1)$ суть номер координаты реконструированного фазового пространства $Z = \{z_1, \dots, z_{i+1}\}$, а параметр i принимает целочисленные значения от 0 до m . В экспериментальных исследованиях динамики данная процедура называется вложением кратности m , а получаемый фазовый образ (11) – картой задержки. Утверждается, что размерность сложных процессов обычно находится в пределах от $m = 3$ до $m = 6$. Таким образом, размерность соответствующих фазовых образов от 4 до 7.

При проведении процедуры вложения важным параметром является задержка τ , которая не обязательно должна быть равна интервалу отсчёта. Чаще всего её выбирают, исходя из ожидаемого или оценённого, например, по методу авторегрессии, периода одной из главных мод процесса. При этом наилучшее раскрытие траектории в проекции $\{z_1, z_2\}$, наблюдается при значениях задержки, близких к четверти этого периода. В то же время, при таком выборе задержки в проекции $\{z_1, z_3\}$ фазовый образ вырождается в максимально компактную линию. Поэтому сам выбор параметра задержки с последующим анализом проекций получаемого результата вложения может рассматриваться как разновидность частотного анализа исходного сигнала. Ограничению гармонического анализа четвёртой гармоникой основной анализируемой частоты соответствует пятимерный фазовый образ $\{z_1, \dots, z_5\}$, который, в свою очередь, соответствует размерности исходного процесса $m = 4$. Таким образом, предложенное нами ограничение время-частотного анализа четвёртой гармоникой позволяет, тем не менее, анализировать достаточно сложные динамические процессы. Следует отметить, что относительные количественные меры анализа сигналов, основанные на исследовании плоских проекций фазовой траектории, весьма чувствительны к малым изменениям частотного состава спектра сигнала. В свою очередь, частотный состав спектра сигнала характеризует совершенство формы волны процесса, соответствие её форме идеальной синусоиды. Достаточно вспомнить широко используемое в практической электротехнике понятие о коэффициенте нелинейных искажений в сети. Поэтому на основе анализа плоских проекций фазовых траекторий возможно получение высокочувствительных относительных количественных мер, характеризующих фазово-локальную форму сигнала.

Для перехода от результатов время-частотного анализа во время-фазовую область нами предложено синтезировать текущую фазовую траекторию также с помощью процедуры вложения, но с известными априори параметрами τ и m . Первым шагом на основе четырёх известных текущих коэффициентов разложения сигнала в базисе всплесков генерируется текущий четырёхмодальный суррогатный сигнал (Schreiber, Schmitz, 1999)

$$x_b(t) = w_{j1,b} \cos(\Omega t) + w_{j2,b} \cos(2\Omega t) + w_{j3,b} \cos(3\Omega t) + w_{j4,b} \cos(4\Omega t), \quad (12)$$

для которого при каждом фиксированном b строится соответствующая фазовая траектория в соответствии с (11) при $\tau = 0.5(\pi/\Omega)$. Дальнейшему анализу подвергается проекция $\{z_1, z_2\}$, исходя из того, что в случае совершенной локальной формы сигнала (синусоида с основной частотой время-частотного анализа) эта проекция должна быть окружностью на периоде $T = 2\pi/\Omega$. Мерой сходства формы сигнала с совершенной формой предложено считать отношение площади A , заштрихованной радиусом вектором точки на фазовой траектории в проекции $\{z_1, z_2\}$ за период T , к площади круга с диаметром D

$$k_f = 4A/\pi D^2, \text{ где } A = 0.5 \int_{0.5T}^{1.5T} (z_1 dz_2/dt - z_2 dz_1/dt) dt; D = x_{b \text{ MAX}} - x_{b \text{ MIN}}. \quad (13)$$

Эту безразмерную относительную меру k_f предложено называть коэффициентом формы сигнала. Следует отметить, что текущее значение коэффициента формы может быть рассчитано для каждого b . Таким образом, мы получаем отображение исходного сигнала в область, которую можно назвать областью "форма-время" и обозначить как $\{k_f(b)\}$. Соответствующие кривые можно назвать формограммами. Очевидно, что формограммы могут быть получены для любого значения шкалы j или периода T , обычно выражаемого в периодах Найквиста ($T = mT_N$), поэтому двухпараметрические массивы коэффициентов формы $\{k_f(b, j)\}$ или $\{k_f(b, m)\}$ могут быть названы спектрами формы. Рассмотрим применение анализа на ряде простейших примеров.

На рис. 3 представлены результаты анализа формы для модельного сигнала, состоящего из четырёх последовательных участков, соответствующих основной частоте и трём высшим гармоникам. Как и следовало ожидать, коэффициент формы для колебаний с основной частотой равен (1,0), для колебаний с частотой второй и четвёртой высших гармоник он равен (0,0) и для колебаний с частотой третьей гармоники равен (-3,0). Последний результат связан с тем, что при анализе частоты, в три раза меньшей основной частоты, фазовая траектория синтезированного сигнала (12) успевает совершить три полных оборота в противоположном относительно основной частоты направлении за период T . Таким образом, возбуждение третьей гармоники в сигнале может сопровождаться существенным уменьшением коэффициента формы вплоть до отрицательных значений.

Обращает на себя внимание факт уменьшения интенсивности спектральной составляющей время-частотного анализа с ростом частоты сигнала, несмотря на увеличение с ростом частоты амплитуды окна (9) (см. рис. 1а). Это связано с тем, что рост амплитуды окна лишь частично компенсирует его сужение, сопровождающееся ростом разрешающей способности по времени. Поэтому, энергетические оценки вклада в форму сигнала его высокочастотных компонент не будут слишком завышенными.

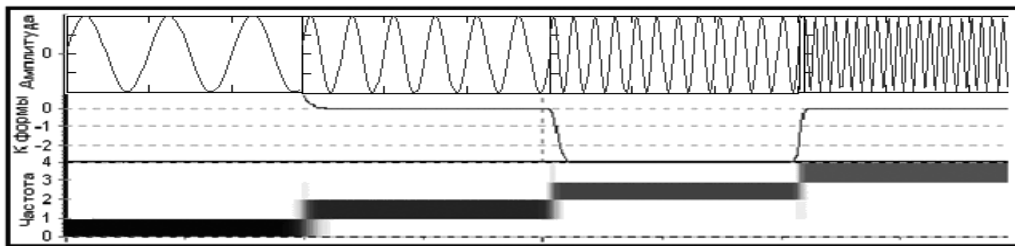
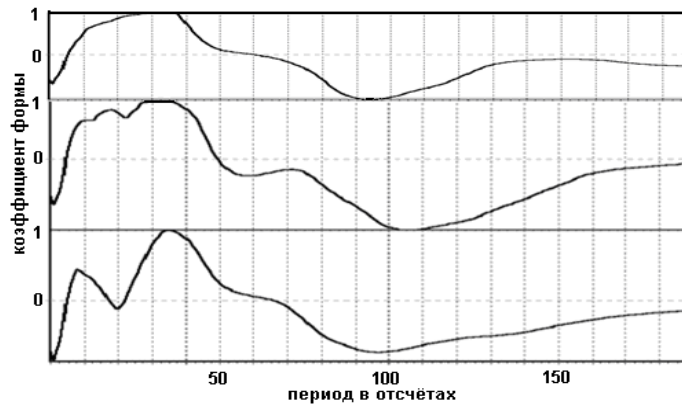


Рис. 3. Анализ формы для основной и трёх высших гармоник при настройке его на основную гармонику, в сравнении с результатами время-частотного анализа под взвешивающим окном

Для того чтобы более подробно исследовать влияние на результаты анализа формы изменений характера анализируемого сигнала, нами было предложено проводить расчёт коэффициента формы для широкого диапазона значений установленной частоты (периода) анализа. При достаточном разрешении по периоду можно получить образ, который соответствует зависимости коэффициента формы от частоты анализа при неизменной позиции окна во времени. Этот образ условно может быть назван текущим спектром формы сигнала в заданный момент времени. На рис. 4 представлены результаты анализа спектра формы для сигнала в виде чистой синусоиды и при наличии её высших гармоник.

На рисунке сверху вниз изображены три спектра формы: для сигнала в виде чистой синусоиды, для сигнала в виде комбинации синусоиды и её второй гармоники и для сигнала в виде комбинации синусоиды и её третьей гармоники. Видно, что при анализе чистой синусоиды положительный максимум коэффициента формы достигается при значении периода 34, соответствующем периоду синусоиды. В то же время отмечается отрицательный минимум спектра при периоде, примерно в три раза превышающем основной. Наличие отрицательных минимумов спектра формы является важным признаком наличия в сигнале формы синусоид с периодом, в три раза меньшим периода минимума. Наличие в сигнале второй гармоники приводит к незначительному росту коэффициента формы на периоде второй гармоники, равном 17, и к появлению дополнительного локального минимума на периоде, в полтора раза превышающем основной (область периода 50). Наличие в сигнале третьей гармоники приводит к формированию локального максимума на её периоде, равном 9, но не сопровождается появлением дополнительного локального минимума, так как он должен приходиться на область основного периода и поэтому проявляется лишь в виде снижения значения коэффициента формы на основном периоде, который не способен существенно повлиять на энергию процесса.

Рис. 4. Анализ формы для полигармонических сигналов с настройкой его на различные периоды (частоты), выраженные в интервалах отсчёта



4. Адаптация метода к сверхкоротким рядам динамики региональной экономики

Достоверность результатов спектрального анализа на краях коротких реализаций вызывает сомнения (Daubishes, 1990). Проблема может быть решена, если отказаться от энергетических оценок при проведении анализа. Коэффициент формы зависит от соотношения между спектральными уровнями на 4 первых гармониках частоты анализа, а не от абсолютных значений уровня. Поэтому метод оказывается нечувствительным к частичному заполнению окна сигналом (влияние края), к внутриоконному тренду сигнала.

Для преодоления проблемы малой мощности выборки при статистических исследованиях процессов в экономике приходится использовать метод генерации суррогатных данных и метод бутстрепа (Schreiber, Schmitz, 1999; Орлов, 2002). Очевидно, что при этом информация о динамике полностью утрачивается.

Предлагается следующий порядок применения метода анализа формы в качестве время-частотного анализа на сверхкоротких выборках.

1. Для исключения влияния возможного скачка значений параметра в начале и в конце выборки (следствие возможного тренда) следует исключить тренд выборки, пользуясь преобразованием

$$x_i^t = x_i^0 - (x_N^0 - x_1^0)(i-1)/(N-1),$$

где N – мощность выборки.

2. До начала анализа следует увеличить мощность выборки на 500 единиц из соотношений

$$X_j = x_0^t \quad \forall j \in (1, 250); \quad X_j = x_{j-250}^t \quad \forall j \in [250, 250+N]; \quad X_j = x_0^t \quad \forall j \in (250+N, 500+N).$$

3. Анализ формы подвергается выборка X_j мощностью $N+500$, при этом в частотной области предел анализа составляет N периодов Найквиста.
4. В дальнейшем рассматриваются результаты анализа, соответствующие во временной области информативной средней части выборки X_j .

Этапы анализа последовательно представлены на рис. 5. На рис. 5г впервые показан спектр формы $\{k_f(b, m)\}$, как теневое представление матрицы в MATLAB. Из рисунка видно, что метод позволяет получить высокую точность разрешения во времени при сохранении достаточного разрешения по частоте. Кроме того, метод оказался весьма чувствительным к незначительным изменениям характера

цикличности процесса, что позволяет использовать его в качестве индикатора первичных изменений динамики процессов по малой выборке.

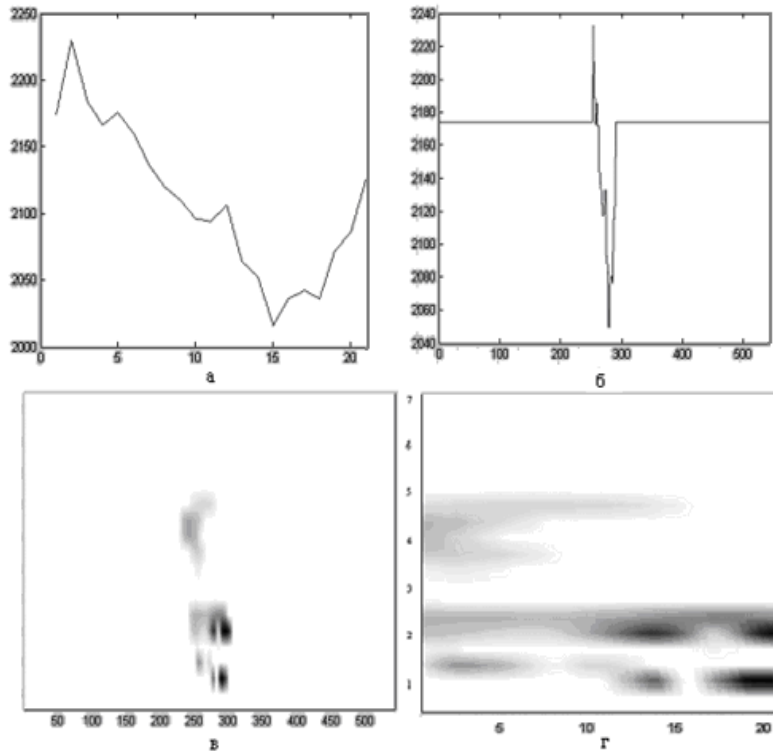


Рис. 5. Последовательность анализа формы на сверхкоротких выборках

а – исходный сигнал (21 отсчёт);
 б – сигнал после выравнивания и дополнения;
 в – спектр формы сигнала б;
 г – возврат спектра формы исходного сигнала;

по горизонтали – время в отсчётах,
 по вертикали – периоды в периодах Найквиста.

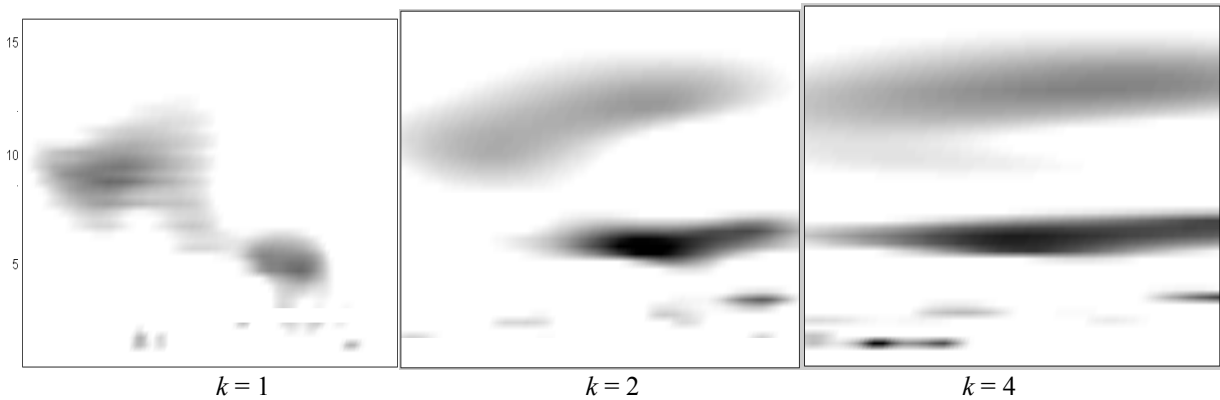


Рис. 6. Спектры формы сигнала при различных значениях параметра разрешающей способности k

Анализ геометрии окна (6) при $j = \text{int}[B \log_2(N/2km)]$, $f_0 = k/2(\ln 2)^{0.5}$, $B = 3$ показывает, что, изменяя параметр k , мы можем изменять эффективную ширину окна. При $k = 1$ достигается максимальное разрешение во времени, но наихудшее по частоте. Подходящее значение параметра для выборки мощностью 20-30 отсчётов следует принимать в зависимости от решаемых задач: максимизация временного или частотного разрешения. На рис. 6 представлены спектры формы, полученные с разным разрешением во времени.

Из рисунка видно, что с увеличением параметра k происходит увеличение разрешающей способности анализа по частоте. В частности, видно, что основные частоты процесса на реализации находятся в двух полосах: от $f_N/4$ до $f_N/6$ и от $f_N/8$ до $f_N/13$, где f_N – частота Найквиста. Однако, при больших значениях параметра невозможно установить тот факт, что первая из полос преимущественно развилась во второй половине анализируемого интервала, а колебания на более низких частотах второй полосы происходили в первой половине реализации. Это связано с уменьшением разрешающей способности анализа во времени с увеличением параметра k . Таким образом, путём изменения параметра k можно управлять разрешающей способностью анализа как по

времени, так и по частоте. Поэтому предложенный метод анализа можно назвать время-частотным микроскопом для анализа сверхкоротких реализаций, параметры которого могут перестраиваться в зависимости от решаемых задач. В ряде случаев более важно частотное разрешение, особенно при анализе динамической взаимосвязи процессов в масштабе всей анализируемой реализации, в ряде случаев более важным становится временное разрешение даже в пределах сверхкороткой реализации, когда главным является эволюция динамики процесса в пределах реализации.

Уширению полос с уменьшением частоты даже при максимальном частотном разрешении соответствует шкалирование, которое имеет место в предлагаемом методе анализа. Следует отметить, что при нашем методе анализа темп шкалирования меньше, чем в случае декомпозиции по коротким волнам. Например, при 32 отсчётах при использовании коротких волн будем иметь всего лишь пять частотных компонент спектра, включая частоту Найквиста, а при анализе формы – девять компонент без частоты Найквиста. Кроме того, отсутствие необходимости проведения энергетических оценок при анализе формы снимает проблему краевой неопределённости, характерную для всех подоконных методов анализа. Эти выводы справедливы только для сверхкоротких реализаций мощностью не более тридцати отсчётов. При увеличении длины анализируемой реализации темп мультишкалирования в предлагаемом методе существенно снижается, тем не менее, мультишкалирование по частоте будет представлено всегда.

Важным направлением дальнейших работ является выработка мер сходства между спектрами различных сигналов и между спектрами одного и того же сигнала в динамике. Решение этой задачи тем более перспективно, так как спектры формы не связаны с энергетическими оценками, и мера сходства может иметь универсальный характер в смысле применимости её к сравнению процессов, имеющих различную магнитуду. Данное свойство особенно важно для реализации динамического подхода к факторному анализу комплексно определяемых процессов, характерных для региональной экономики. При этом динамическая связь и динамические кластеры могут быть выявлены вне зависимости от различий в абсолютных значениях факторов.

5. Примеры применения метода к анализу квазипериодической динамики региональных экономических процессов на Северо-Западе России

Особенностью статистических данных, определяющих социально-экономическое состояние регионов, является достаточно низкий темп их поступления. В большинстве случаев доступна ежегодная или поквартальная статистика макроэкономических и социальных показателей развития регионов. Помесячная статистика этих показателей встречается редко, что связано с особенностями организации отчётности предприятий, а также региональных контролирующих органов Госкомстата и Госналогслужбы перед центральными контролирующими органами. Таким образом, за один год мы в лучшем случае имеем двенадцать отсчётов характеризующего параметра, а чаще четыре или даже один отсчёт. Таким образом, при анализе рядов динамики макроэкономических и социальных региональных показателей стоит вопрос малого объёма анализируемых выборок. Поэтому в основном ограничиваются анализом трендов и прогнозами на уровне линейной регрессии.

В то же время хорошо известно, что макроэкономические системы являются сложными, как правило, нелинейными, многопараметрическими системами с размерностью 5-6. Поэтому представляет несомненный интерес разработка методов анализа на коротких выборках, направленных на выявление квазигармонической цикличности процессов, а также динамических свойств этих циклов.

Рассмотрим применение время-частотного анализа формы к анализу динамики изменения прожиточного минимума для взрослого населения шести регионов Северо-Запада за период с января 2002 года по июнь 2007 года (22 квартала) по данным Госкомстата РФ.

На рис. 7 представлена динамика изменения величины прожиточного минимума в рублях для шести регионов Северо-Запада: Республика Карелия, Республика Коми, Архангельская область, Ненецкий автономный округ, Вологодская область и Мурманская область.

Как видно из рисунка, основной тенденцией развития прожиточного минимума во всех регионах является его рост с почти линейным трендом. Однако нетрудно видеть наличие скрытой на фоне тренда цикличности изменений параметра.

Результатом применения время-частотного анализа формы сигналов по базису гармонических всплесков являются спектры формы, представленные на рис. 8. Периоды на рисунке представлены по осям ординат в годах.

Рис. 7. Динамика изменения величины прожиточного минимума по регионам

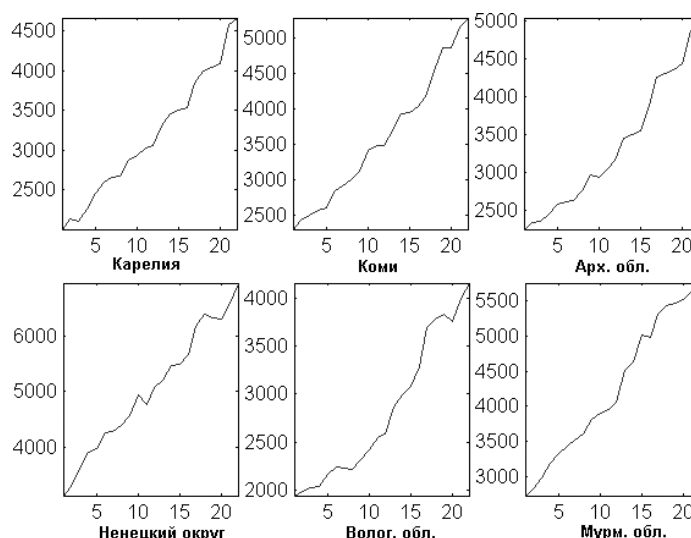
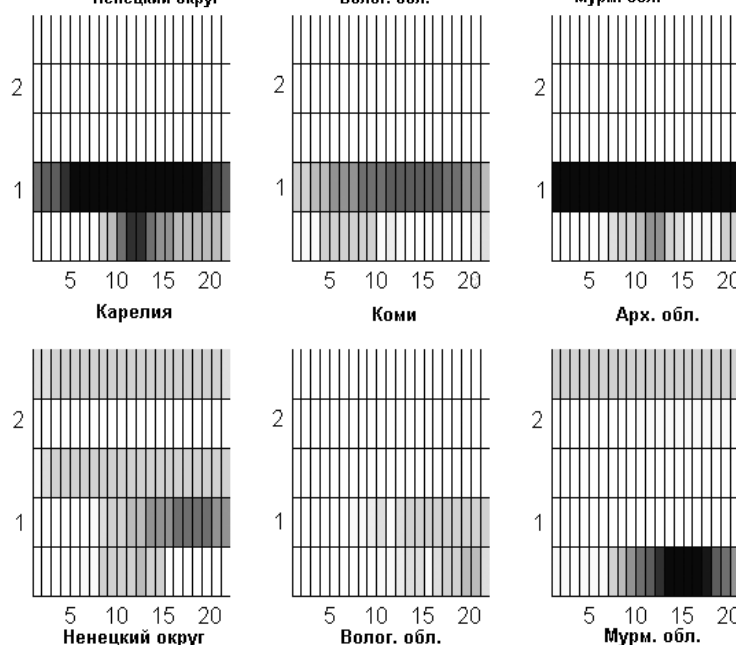


Рис. 8. Спектры формы динамики изменения величины прожиточного минимума по регионам



Из рисунка видно, что динамика роста прожиточного уровня по регионам не имеет одинакового характера. Для Карелии, Коми, Архангельской, а на заключительном этапе и для Вологодской областей характерны устойчивый годовой (сезонный) и спорадический полугодовой период. Для Мурманской области сезонная цикличность не проявилась вообще, но за последние 2-3 года отчётливо проявился полугодовой цикл динамики параметра. Для Ненецкого округа сезонная цикличность начала проявляться лишь в последние годы, но, кроме того, имеет место полуторагодовой цикл. Какую интерпретацию можно дать этим результатам?

Во-первых, видно, что годовая (сезонная) цикличность проявляется в относительно легкодоступных регионах. Не исключено влияние на динамику собственного сельскохозяйственного производства. Во-вторых, для Мурманской области следует установить причины возникновения полугодовой цикличности прожиточного минимума только за последние 2-3 года, учитывая, что это особенность только данного региона. Наличие цикла 2.5 года для Мурманской области и Ненецкого округа свидетельствует о существенном различии динамики процесса в этих регионах на первой и второй половине интервала наблюдения. В-третьих, наличие полуторагодового цикла только для Ненецкого округа свидетельствует о внутрорегиональных факторах, определивших эту цикличность. Таким образом, новый метод анализа сигналов оказывается достаточно эффективен для решения задач исследования циклической динамики экономических процессов даже на коротких выборках с трендом.

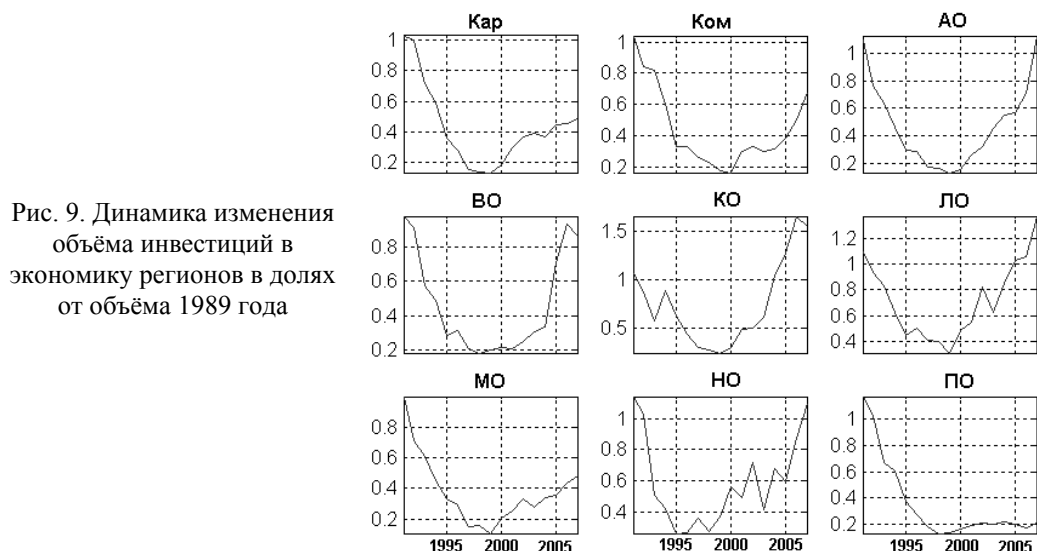


Рис. 9. Динамика изменения объёма инвестиций в экономику регионов в долях от объёма 1989 года

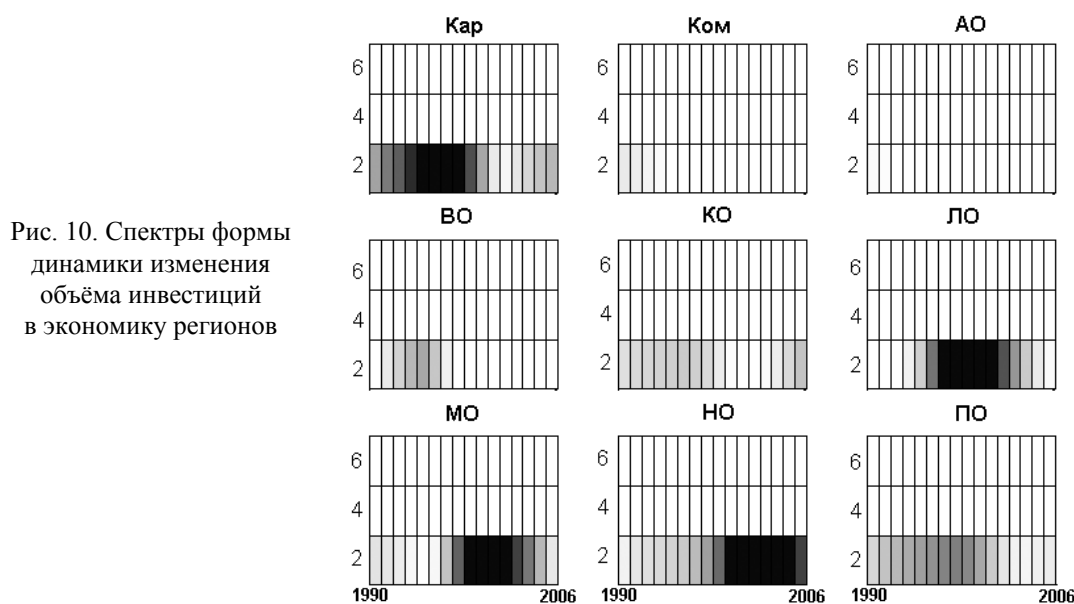


Рис. 10. Спектры формы динамики изменения объёма инвестиций в экономику регионов

Ещё одним примером применения метода может быть сравнительный анализ квазипериодической динамики объёмов инвестирования в экономику ряда регионов Северо-Запада по данным Госкомстата РФ за последние 17 лет (рис. 9). Объём инвестиций на рисунке определён в долях единицы от объёма 1989 года. Задача осложняется тем, что объёмы инвестирования в экономику регионов определяются в годовом исчислении, поэтому массивы данных для анализа становятся ещё более короткими, чем в предыдущем случае.

Анализ проводился по девяти регионам Северо-Запада России: Республика Карелия (Кар), Республика Коми (Ком), Архангельская область (АО), Вологодская область (ВО), Ленинградская область (ЛО), Калининградская область (КО), Мурманская область (МО), Новгородская область (НО) и Псковская область (ПО). Был проведён анализ формы для каждого региона. Выявлено, что основным периодом квазигармонических циклов на фоне доминирующих трендов был период в два года, но для различных регионов проявлялся он неравномерно на исследуемом временном интервале (рис. 10). Так, для Республики Коми, Архангельской и Вологодской областей этот период выражен слабо, преимущественно в первой трети интервала (1990-1996 гг.). Для Карелии, Калининградской и Псковской областей период в два года наблюдался практически по всей длине исследуемого интервала, причём в случае Псковской области даже при отсутствии роста инвестиций за последние пять лет. Выраженная локальная двухлетняя цикличность характерна для Ленинградской, Новгородской и Мурманской областей на интервалах 1997-2001, 1999-2006, 1998-2003 гг., соответственно.

Полученные результаты представляют несомненный интерес для исследования региональной динамики, так как наличие цикличности в объёме инвестиций может быть связано с размером разовых инвестиций в экономику региона, со значимостью отдельных инвестиционных проектов в общем потоке инвестиций. В этом смысле наиболее характерна Новгородская область, где за последнее время инвестиции производились в основном в крупные проекты пищевой промышленности и машиностроения. В регионах со слабовыраженной цикличностью механизм инвестиционного процесса в основном носит характер преимущественно небольших инвестиционных проектов, и рост инвестиций связан с увеличением количества таких относительно небольших проектов, конечно, с учётом общенационального инвестиционного климата, который очевидно проявляется в общности трендов процессов (рис. 9). Для оценки инвестиций и управления ими региональным администраторам нужно своевременно реагировать не только на изменения трендов, но и на изменение квазипериодической составляющей динамики инвестиционного процесса.

6. Заключение

Предложен новый метод анализа нестационарных сигналов, отличающийся высокой разрешающей способностью во времени при сохранении достаточного частотного разрешения. Отличительной особенностью анализа является его независимость от изменений амплитудных характеристик сигналов, что позволяет использовать метод для контроля над первоначальными изменениями динамики процессов уже на стадии их зарождения. Метод оказывается одинаково эффективным при использовании для сигналов различной протяжённости и сложности, устойчив к шуму и трендам. Эта универсальность обусловлена тем, что в основе метода лежат наиболее общие принципы исследования динамики сложных, как правило, нелинейных процессов. Рассмотренные в работе примеры демонстрируют высокую эффективность применения метода к решению конкретных прикладных задач анализа региональной экономики. Особо следует отметить коренное изменение аналитического подхода к непосредственному выявлению квазигармонических структур в сигналах региональной экономики на базе динамических, а не только статистических методов анализа рядов динамики.

Литература

- Claassen T.A.C.M., Mecklenbrauker W.F.G.** The Wigner distribution – a tool for time-frequency signal analysis. *Philips J. Res.*, v.35, p.217-250, 276-300, 372-389, 1980.
- Daubechies I.** The wavelet transform time-frequency localisation and signal analysis. *IEEE Trans. Inform. Theory*, v.36, N 5, p.961-1004, 1990.
- Demanet L., Ying L.** Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns. 2006.
URL: <http://math.stanford.edu/~laurent/papers/WaveatomsImage.pdf>.
- Gabor D.** Theory of communication. *J. Inst. Elect. Eng., London*, v.93, N 3, p.429-457, 1946.
- Schreiber T., Schmitz A.** Surrogate time series. 1999. URL: <http://www.arxiv.org>.
- Yakovenko V.M.** Research in econophysics. 2003. URL: <http://www.arxiv.org>.
- Бендат Дж., Пирсол А.** Применение корреляционного и спектрального анализа. *М., Мир*, 320 с., 1983.
- Блейхут Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов. *М., Мир*, 448 с., 1989.
- Вильямс Б.** Торговый хаос. Экспертные методики максимизации прибыли. *М., ИК Аналитика*, 200 с., 2000.
- Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.** Современные проблемы нелинейной динамики. *М., Эдиториал УРСС*, 336 с., 2000.
- Орлов А.И.** Эконометрика. Учебник. *М., Экзамен*, 576 с., 2002.