

УДК 629.5.058.53 : [621.396.333 : 629.783] : 656.61.052

Проверка достоверности определения координат движущегося судна с помощью двух разнесенных приемников GPS

В.Г. Кораблев, С.В. Пашенцев, Ю.И. Юдин

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. В работе рассмотрен принцип обработки данных о местоположении движущегося судна, поступающих от двух разнесенных на объекте приёмников глобальной спутниковой навигационной системы (GPS). Определен метод "отсеивания" недостоверных измерений по сравнению полученных по результатам измерений расстояний между приёмниками с заранее известной величиной разнесения.

Abstract. The foundations of movable vessel's position data proceeding from two distant GPS-receivers has been considered in the work. The method of filtering inadequate measurements by comparison the distance (obtained in measurements) between GPS-receivers with known in advance diversity value has been worked out in the paper.

Ключевые слова: спутниковые навигационные системы, точность определения местоположения судна

Key words: satellite navigation systems, accuracy of vessel position localization

1. Введение

Современные средства спутниковой навигации позволяют определять местоположение габаритного объекта с точностью, превышающей в несколько раз габаритные размеры самого объекта. Поэтому знание местоположения только центра масс морского подвижного объекта становится недостаточным, например, при маневрировании в ограниченных акваториях или движении по каналу. В таких случаях для судоводителя является важным знание действительного местоположения, например, контурных точек объекта. Для судна, как твердого тела, достаточно знать положение только двух точек, чтобы определить положение любой точки (Пашенцев, 2000).

При использовании двух разнесённых приемников GPS мы получаем информацию о местоположении двух точек объекта, расположенных на известном расстоянии друг от друга. В этом случае возникает необходимость оценки достоверности информации о положении выбранных точек объекта, с целью её дальнейшего использования при построении траектории движения объекта (судна) или зоны его навигационной безопасности.

2. Постановка эксперимента

Для проведения натуральных экспериментов были использованы два 32-х канальных приемника "Qstarz BT-Q818", выполненные на чипсете MTK. Был разработан программный модуль обработки выходного протокола данных NMEA-0183 для построения алгоритма фильтрации сигнала при определении грубых промахов в измерениях. Эксперименты проводились в районах Баренцева (п. Мурманск), Северного (п. Ставангер) и Охотского морей (п. Холмск). Данные о местоположении приемников (разнесенных и с совмещенной базой) записывались и затем обрабатывались с целью получения информации о величине расчетного расстояния между приемниками.

3. Оценка расстояния между приёмниками

Поскольку расстояние L между приёмниками известно с высокой точностью (например, они разнесены по оконечностям судна по длине), то вычисленное по полученным от приёмников координатам расстояние между ними можно сравнивать с "истинным". При этом критерием "отсева" получаемых при движении судна координат является соответствие, в заданных пределах, значений расчётного и истинного расстояния между точками расположения приёмников. Данный принцип актуально применять на подвижном объекте, когда из-за постоянного изменения позиции объекта (судна) набрать достаточную статистику и точно оценить СКП места представляется затруднительным.

Рассмотрим два приёмника, расположенных на расстоянии $L_{ист}$ друг от друга, назовём это расстояние "базой". Очевидно, что величина L будет определяться по формуле:

$$L = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2},$$

где X_2, X_1, Y_2, Y_1 – координаты, получаемые от двух приёмников, переведенные в абсолютные прямоугольные координаты на плоскости. При обработке координат использована универсальная поперечная проекция Меркатора, поэтому все величины выражены в метрах.

В реальных условиях рассчитанная величина L отличается от "базы" из-за наличия в измерениях случайных погрешностей:

$$L = \sqrt{((X_2 + \varepsilon_{X2}) - (X_1 + \varepsilon_{X1}))^2 + ((Y_2 + \varepsilon_{Y2}) - (Y_1 + \varepsilon_{Y1}))^2},$$

где $\varepsilon_{X1}, \varepsilon_{X2}, \varepsilon_{Y1}, \varepsilon_{Y2}$ – величины случайных погрешностей "север-юг" и "восток-запад" составляющих каждого приемника, которые, как известно, имеют нормальное распределение с параметрами $\mu_{X1}, \mu_{X2}, \mu_{Y1}, \mu_{Y2}$ и $\sigma_{X1}, \sigma_{X2}, \sigma_{Y1}, \sigma_{Y2}$, рассчитываемыми по результатам серии измерений на неподвижном судне.

На рис. 1 представлены результаты натурного эксперимента, проведенного на судне с приёмниками GPS, разнесёнными по бортам судна (база $L_{\text{ист}} = 19$ м) в виде "треков" двух приёмников, а также в виде окружностей полученные СКП и предельные СКП места, которые, соответственно, равны: СКП₁ = 6,242 м, СКП₂ = 5,817 м, СКП_{1пред} = 12,483 м, СКП_{2пред} = 11,634 м.

Для оценки степени достоверности координат, полученных одновременно от двух разнесённых приёмников GPS, следует построить функцию плотности вероятности величины

$$L = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2},$$

с помощью которой рассчитать доверительный интервал с заданной надёжностью, и затем использовать границы интервала для определения грубых "промахов" в определении координат на движущемся объекте.

Попробуем это сделать с помощью прямого преобразования функций плотности вероятности.

Возьмем для начала самый простой случай, когда антенны приёмников расположены в одной точке, то есть база $L_{\text{ист}} = 0$, т.е. $X_2 = X_1, Y_2 = Y_1$. Будем считать, что случайные величины X_2, X_1, Y_2, Y_1 независимы, и имеют одинаковую дисперсию $\sigma_{X1} = \sigma_{X2} = \sigma_{Y1} = \sigma_{Y2} = \sigma$.

Тогда выражение

$$L = \sqrt{((X_2 + \varepsilon_{X2}) - (X_1 + \varepsilon_{X1}))^2 + ((Y_2 + \varepsilon_{Y2}) - (Y_1 + \varepsilon_{Y1}))^2} \quad (1)$$

можно записать в виде

$$L = \sqrt{(\varepsilon_{X2} - \varepsilon_{X1})^2 + (\varepsilon_{Y2} - \varepsilon_{Y1})^2}. \quad (2)$$

Выполнить прямое преобразование плотности вероятности этого выражения представляется сложным, поэтому мы рассмотрим центрированные (несмещённые) случайные величины

$$(\varepsilon_{X1} - \overline{\varepsilon_{X1}}), (\varepsilon_{X2} - \overline{\varepsilon_{X2}}), (\varepsilon_{Y1} - \overline{\varepsilon_{Y1}}), (\varepsilon_{Y2} - \overline{\varepsilon_{Y2}}),$$

где $\overline{\varepsilon_{X1}}, \overline{\varepsilon_{X2}}, \overline{\varepsilon_{Y1}}, \overline{\varepsilon_{Y2}}$ – значения математических ожиданий соответствующих случайных величин.

$$\begin{aligned} & \sqrt{((\varepsilon_{X2} - \overline{\varepsilon_{X2}}) - (\varepsilon_{X1} - \overline{\varepsilon_{X1}}))^2 + ((\varepsilon_{Y2} - \overline{\varepsilon_{Y2}}) - (\varepsilon_{Y1} - \overline{\varepsilon_{Y1}}))^2} = \\ & = \sqrt{(\varepsilon_{X2} - \overline{\varepsilon_{X1}} + \overline{\varepsilon_{X1}} - \overline{\varepsilon_{X2}})^2 + (\varepsilon_{Y2} - \overline{\varepsilon_{Y1}} + \overline{\varepsilon_{Y1}} - \overline{\varepsilon_{Y2}})^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

При условии, что база $L = 0$ м, то есть антенны двух идентичных приёмников расположены в одной точке, уместно предположить, что равны и величины математических ожиданий случайных погрешностей ($\overline{\varepsilon_{X1}} = \overline{\varepsilon_{X2}} = \overline{\varepsilon_{Y1}} = \overline{\varepsilon_{Y2}}$). Тогда:

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\varepsilon_{X2} - \overline{\varepsilon_{X1}} + \overline{\varepsilon_{X1}} - \overline{\varepsilon_{X2}})^2 + (\varepsilon_{Y2} - \overline{\varepsilon_{Y1}} + \overline{\varepsilon_{Y1}} - \overline{\varepsilon_{Y2}})^2} = \\ & = \sqrt{(\varepsilon_{X2} - \overline{\varepsilon_{X1}})^2 + (\varepsilon_{Y2} - \overline{\varepsilon_{Y1}})^2} = L. \end{aligned} \quad (4)$$

Таким образом, в случае, когда антенны приемников совмещены, величину L можно вычислять, как функцию несмещённых случайных величин. Функция плотности вероятности нормально распределённой несмещённой случайной величины имеет вид (Соколов, Чистякова, 2005):

$$P(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \quad (5)$$

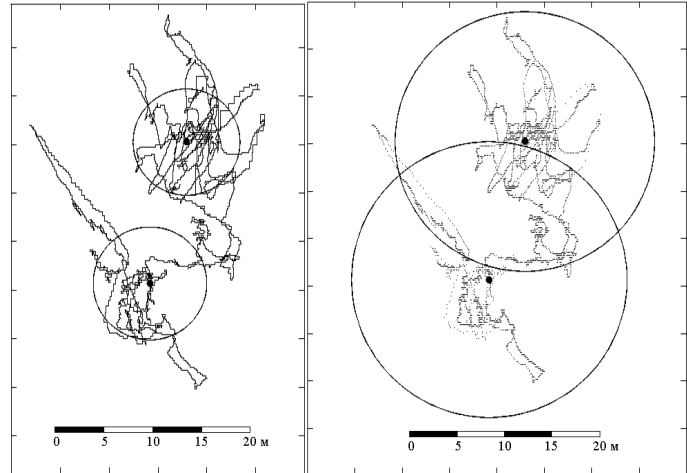


Рис. 1. Графическое изображение "треков" приёмников и СКП места судна

Функция плотности вероятности разности двух нормально распределённых несмещённых случайных величин имеет вид:

$$P(x_2 - x_1) = \frac{1}{(\sigma_{x1} + \sigma_{x2})\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2(\sigma_{x1} + \sigma_{x2})^2}} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{8\sigma^2}}$$

$$P(y_2 - y_1) = \frac{1}{(\sigma_{y1} + \sigma_{y2})\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2(\sigma_{y1} + \sigma_{y2})^2}} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{8\sigma^2}}.$$
(6)

Функция плотности вероятности разности двух нормальных несмещённых величин, возведённых в квадрат, имеет вид:

$$P((x_2 - x_1)^2) = \frac{P(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi} \cdot x} e^{-\frac{x}{8\sigma^2}}$$

$$P((y_2 - y_1)^2) = \frac{P(\sqrt{y})}{\sqrt{y}} = \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi} \cdot y} e^{-\frac{y}{8\sigma^2}}.$$
(7)

Чтобы определить функцию плотности вероятности суммы квадратов разностей, необходимо выполнить свертку плотностей:

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} P_1(x)P_2(x-t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi} \cdot x} e^{-\frac{x}{8\sigma^2}} * \frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}(x-t)} e^{-\frac{(x-t)}{8\sigma^2}} dt =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4\sigma\sqrt{\pi} \cdot x} e^{-\frac{x}{8\sigma^2}}.$$
(8)

Определение функции плотности вероятности при извлечении из выражения квадратного корня:

$$P(z = \sqrt{x}) = P(x) \cdot |x'| = \frac{\sqrt{2}}{4\sigma\sqrt{\pi} \cdot x} e^{-\frac{x}{8\sigma^2}} \cdot 2x = \frac{\sqrt{x}}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x}{8\sigma^2}}.$$
(9)

Формула (9) есть ни что иное, как функция плотности вероятности гамма-распределения вида:

$$K \frac{\lambda^c}{\Gamma(c)} x^{c-1} e^{-\lambda x},$$

где $c = 1.5$, $\lambda = 1/8\sigma^2$, $K = 8\sigma^2$.

На рис. 2 изображены графики полученной функции плотности вероятности искомой величины L для различных значений σ .

На рис. 3 представлены траектории двух приёмников с совмещённой базой $L = 0$ (вверху), построенные по экспериментальным данным, и гистограммы частот распределения величины L (внизу), рассчитанной по координатам, полученным от двух приёмников GPS в одинаковые моменты времени. Пунктирной кривой на рисунках показан график гамма-функции с параметрами $\lambda = 1$ и $c = M(L)$. Сплошной кривой показан график гамма-функции с параметрами $\lambda = 1$ и $c = 1.5$. В табл. 1 приведены выборочные моменты, коэффициент асимметрии и эксцесс для рассматриваемых данных.

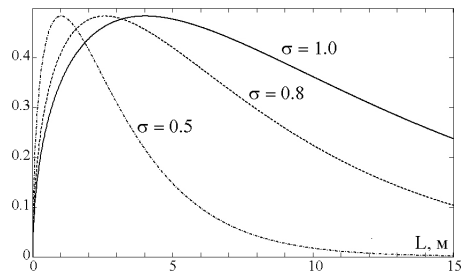


Рис. 2. Графики функции плотности вероятности величины L

На рис. 4 представлены траектории двух приёмников с разнесенной базой L (левая колонка), построенные по экспериментальным данным, и гистограммы частот распределения величины L (правая колонка), рассчитанной по координатам, полученным от двух приёмников GPS в одинаковые моменты времени. Из полученных результатов натурных испытаний видно, что функция плотности распределения величины L так же, как и в случае с совмещёнными приёмниками, с достаточной достоверностью описывается гамма-функцией (показана на рисунке сплошной линией). Для сравнения пунктиром показан график нормально распределённой величины, построенный с использованием выборочных данных. В табл. 2 приведены выборочные моменты, коэффициент асимметрии и эксцесс для рассматриваемых данных.

Задавая необходимый доверительный интервал для значения L , можно отсеивать те значения полученных координат от приёмников, по которым вычисленная величина L не попадает в заданный интервал. Последствия применения такого "фильтра" представлены графически на рис. 5 в виде исходных треков приёмников и треков, прошедших обработку, с различными значениями доверительного интервала для расстояния между приёмниками.

Таблица 1. Числовые характеристики выборки по данным двух совмещенных приемников

| | Выборочный момент μ_1 | Выборочный момент μ_2 | Выборочный момент μ_3 | Выборочный момент μ_4 | Коэффициент асимметрии | Выборочный эксцесс |
|---|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|--------------------|
| 1 | 1,68 | 1,026 | 1,173 | 4,347 | 1,13 | 1,135 |
| 2 | 1,252 | 0,528 | 0,353 | 0,955 | 0,92 | 0,427 |
| 3 | 1,716 | 1,814 | 0,346 | 1,773 | 0,464 | -0,376 |
| 4 | 2,282 | 2,819 | 6,19 | 47,24 | 1,308 | 2,944 |

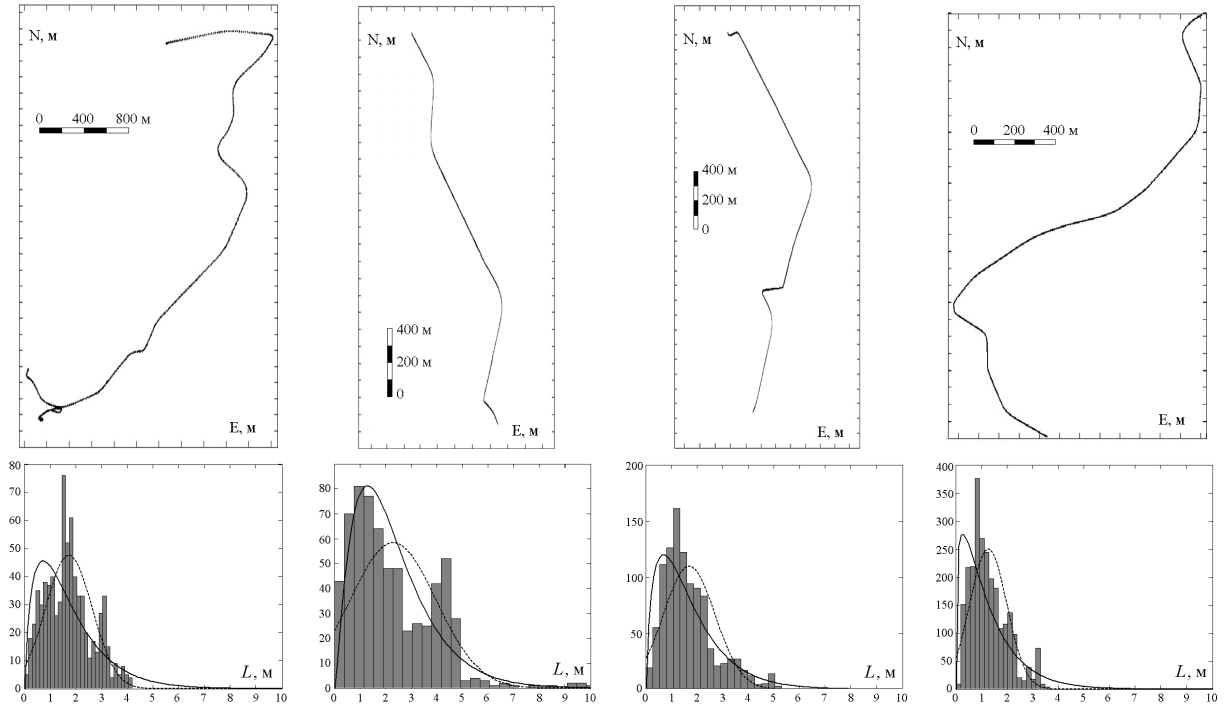


Рис. 3. Траектории движения двух совмещенных приёмников GPS и гистограммы частот рассчитанного расстояния между приёмниками

Таблица 2. Числовые характеристики выборки по данным от двух разнесенных приемников

| | Выборочный момент μ_1 | Выборочный момент μ_2 | Выборочный момент μ_3 | Выборочный момент μ_4 | Коэффициент асимметрии | Выборочный эксцесс |
|---|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|------------------------|--------------------|
| 1 | 21,907 | 5,916 | 80,988 | 3820,000 | 0,392 | 0,132 |
| 2 | 10,155 | 11,055 | 23,146 | 454,431 | 0,629 | 0,716 |
| 3 | 13,86 | 12,902 | -7,217 | 534,549 | -0,156 | 0,212 |
| 4 | 12,899 | 10,304 | -2,409 | 254,315 | -0,073 | -0,605 |

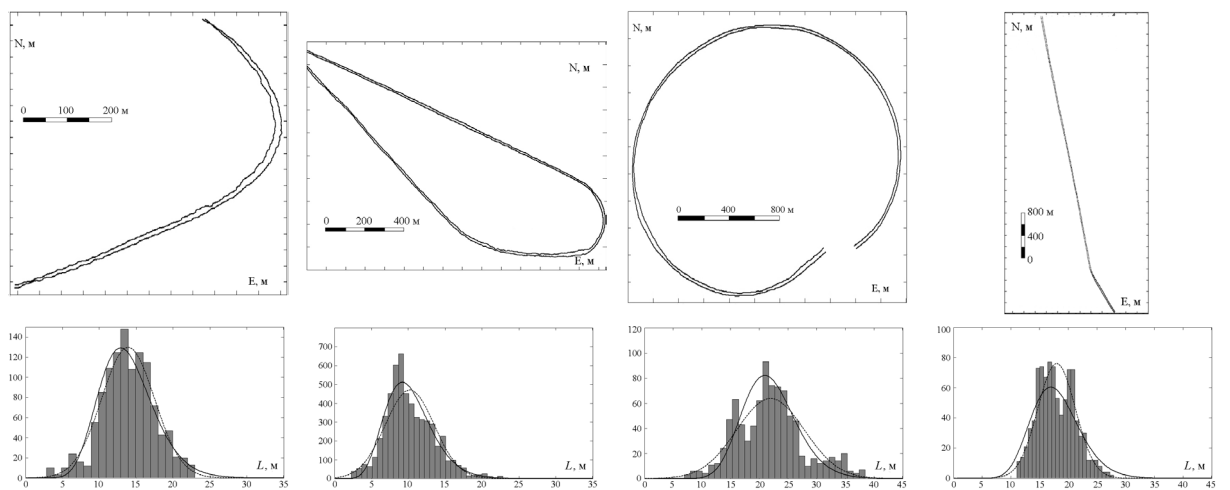


Рис. 4. Траектории движения двух разнесенных приёмников GPS и гистограммы частот рассчитанного расстояния между приёмниками

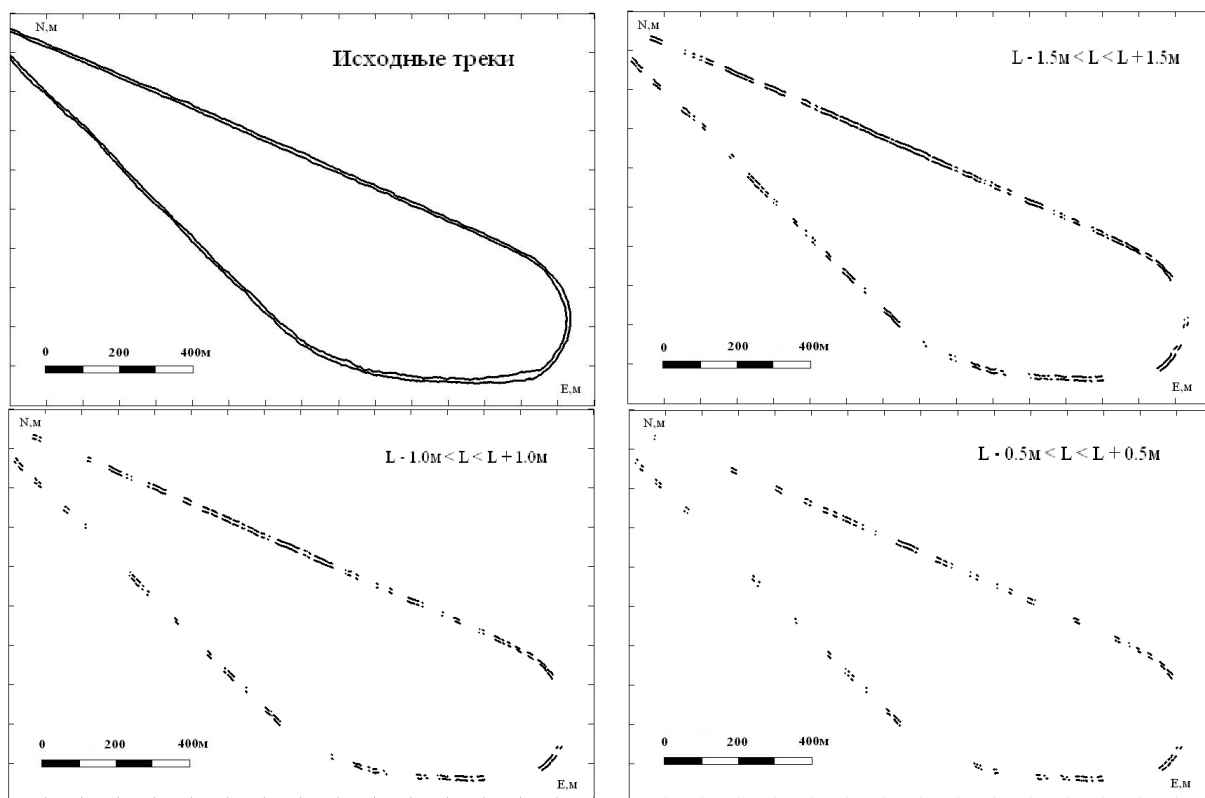


Рис. 5. Траектории движения двух разнесенных приемников GPS до и после обработки

4. Заключение

Для проверки достоверности определения местоположения движущегося объекта с применением двух разнесенных приёмников GPS целесообразно по полученным координатам вычислять расстояние между приёмниками, сравнивая полученную величину с истинным значением "базы" $L_{ист}$, принимая полученные координаты в случае попадания в заранее определенный интервал с заданным значением надёжности. В случае использования идентичных приёмников с одинаковой систематической погрешностью, при расчете величины L , она будет свободна от этих погрешностей, поскольку при вычитании ($X_2 - X_1$ и $Y_2 - Y_1$) они будут компенсироваться.

Недостатком данного метода является "отсеивание" координат от обоих приёмников в случае, если фактически только один из них дает точное местоположение, а второй с погрешностью, превышающей заданные пределы.

Литература

Пашенцев С.В. Построение зоны навигационной безопасности объекта и его кинематических характеристик на основе обсервации двух разнесенных точек объекта. *Вестник МГТУ*, т.3, № 1, с.13-16, 2000.

Соколов Г.А., Чистякова Н.А. Теория вероятностей. Учебник. М., "Экзамен", 416 с., 2005.