

УДК 656.61.052.7

Параметрическая идентификация маневренных характеристик по результатам натуральных испытаний вида "Зигзаг" в нелинейной модели управляемости судна

С.В. Пашенцев

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. В статье предлагается способ обработки результатов стандартного испытания "Зигзаг", позволяющий извлечь из него максимум возможной информации. Он основан на разложении в ряд Фурье правой части дифференциального уравнения изменения угловой скорости поворота судна с последующим уравниванием коэффициентов.

Abstract. The method of results' processing of the standard test "Zigzag" allowing to obtain maximum information has been proposed in the paper. It is based on development of the right part of the differential equation of the change of vessel turning movement angular velocity in Fourier series with consequent factors' adjustment.

Ключевые слова: обобщенное уравнение управляемости Номото, маневр Зигзаг, идентификация параметров
Key words: generalized equation of controllability Nomoto, manoeuvre Zigzag, parameters' identification

1. Введение

Идентификация маневренных характеристик судна с помощью нелинейной модели поворота судна вокруг вертикальной оси выполнялась неоднократно (Гофман, 1988; Асиновский, Гофман, 1967). Однако ее результаты приводились в такой форме, что не позволяли строго оценить качество идентификации и адекватность построенной модели.

Стандартное испытание "Зигзаг", с одной стороны, является потенциально наиболее информативным среди типовых испытаний. С другой стороны, существующие способы обработки его результатов сложны и не позволяют извлечь всю возможную информацию. Ниже предлагается способ, который свободен от указанных недостатков. Он основан на разложении в ряд Фурье правой части дифференциального уравнения изменения угловой скорости поворота судна с последующим уравниванием коэффициентов.

2. Нелинейное уравнение управляемости судна

Будем использовать при решении проблемы уравнение управляемости следующего вида (Войткунский, 1985), которое рекомендовано 14 Международной конференцией опытовых бассейнов именно для таких целей:

$$T_p(d^2\Omega/dt^2) + T_s(d\Omega/dt) + \Omega + v_1\Omega|\Omega| + v_2\Omega^3 = K_\delta\delta + K_\delta T_3(d\delta/dt). \quad (1)$$

Здесь Ω – угловая скорость поворота судна, δ – угол кладки руля, а параметры T_p , T_s , T_3 , K_δ , v_1 , v_2 подлежат идентификации по результатам натуральных испытаний. В том же источнике приводится методика определения части параметров уравнения (1). При этом для интегрирования используются функции треугольного вида без указаний на сходимости процесса разложения по ним. Сам процесс сложен и требует значений угловой скорости поворота и курсового угла судна в некоторых характерных точках выполнения маневра "Зигзаг". Все это ведет к тому, что модель, идентифицированная подобным образом, демонстрирует низкую степень адекватности.

Заметим, что треугольные функции выбраны только для того, чтобы упростить интегрирование уравнения, других оснований для их применения не указано. Логично поэтому использовать классический аппарат рядов Фурье для решения задач, где исследуется периодический процесс, которым является установившееся движение типа "Зигзаг". Периодичность процесса является веским основанием такого применения, а вопрос сходимости исчерпывающе изучен.

Для этого используем разложение в ряд Фурье процесса изменения кладки руля при выполнении маневра типа "Зигзаг". Эта периодическая трапецевидная функция, которая нечетна и симметрична на полуолне (рис. 1). Поэтому ее разложение в ряд имеет только нечетные гармоники синуса:

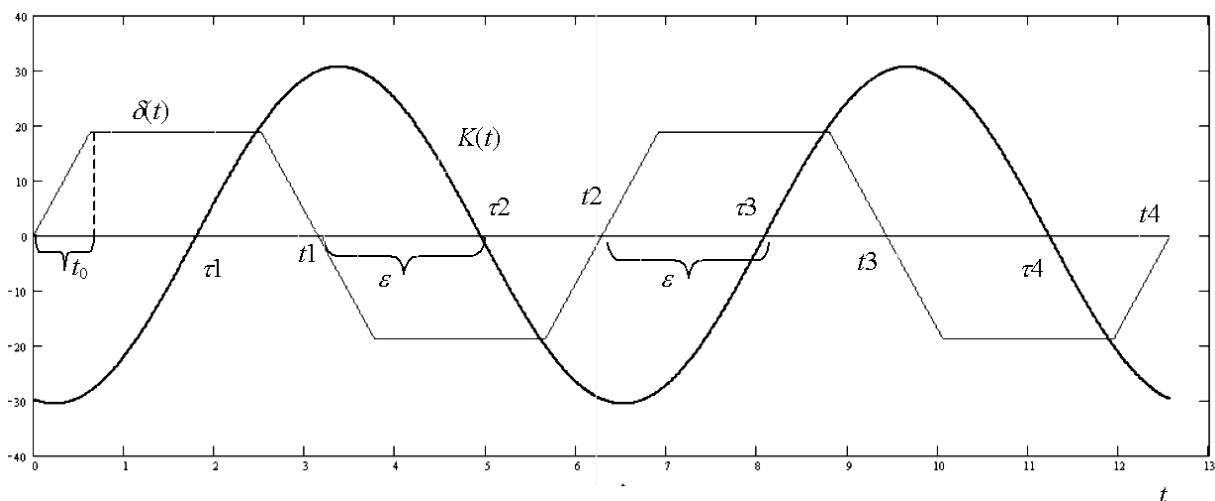


Рис. 1. Изменение кладки руля δ и курса судна K во время выполнения маневра "Зигзаг" (установившееся движение: t_0 – время перекладки из ДП на борт, tk – моменты перехода руля через ДП, τk – моменты перехода через ноль отклонения курса от начального значения)

$$\delta(t) = 0.135 A_\delta \sum_{k=1,3,5} \frac{\sin(k\omega t_0)}{(k\omega t_0)^2} \sin(k\omega t). \quad (2)$$

Амплитуда A_δ зависит от конкретного маневра, так, при зигзаге 20° - 20° она равна 20 градусам. Это означает, что кладка руля на борт равна 20° , при достижении отклонения от первоначального курса этого значения руль переключается на другой борт, и так далее (рис. 1). Положим, что курс судна $K(t)$ изменяется по закону $K(t) = A_K \sin(\omega t - \epsilon)$, следовательно, угловую скорость его вращения можно описать гармонической функцией с той же основной частотой ω , с которой происходит перекладка руля, $\Omega(t) = dK/dt = A_K \omega \cos(\omega t - \epsilon)$, но с некоторой начальной фазой ϵ . Считаем при этом, что в результате натурального испытания мы получим тем или иным способом значения амплитуды курса A_K , частоты ω и фазы ϵ .

Подставим это выражение в левую часть дифференциального уравнения управляемости (1). Три первых члена, являются линейными по угловой скорости, и вычисляются элементарно. Кубический член можно выразить через простые гармоники с помощью элементарных тригонометрических соотношений.

$$\Omega^3 = (A * \omega)^3 \cos^3(\omega t - \epsilon) = (A^3 \omega^3) [3/4 \cos(\omega t - \epsilon) + 1/4 \cos 3(\omega t - \epsilon)]. \quad (3)$$

Член вида $\Omega \cdot |\Omega| = A^2 \omega^2 \cos(\omega t - \epsilon) |\cos(\omega t - \epsilon)|$ придется разложить в ряд Фурье. Такое разложение строится обычным образом и имеет вид:

$$\Omega(t)|\Omega(t)| = 2.56 A^2 \omega^2 \sum_{k=1,3,5} \frac{(-1)^{[k/2]} \cos[k(\omega t - \epsilon)]}{k(4 - k^2)}, \quad (4)$$

где под $[k/2]$ понимается целая часть от деления k на 2.

Теперь можно закончить подстановку в уравнение (1) всех входящих туда переменных, при этом в разложениях (2) и (4) оставим только два члена с первой и третьей гармониками. Получаем следующее алгебраическое соотношение:

$$\begin{aligned} & T_p(-\omega^3) A \cos(\omega t - \epsilon) - T_s \omega^2 A \sin(\omega t - \epsilon) + A \omega \cos(\omega t - \epsilon) + \\ & + v_1 2.56 A^2 \omega^2 / 15 [5 \cos(\omega t - \epsilon) + \cos 3(\omega t - \epsilon)] + \\ & + v_2 A^3 \omega^3 / 4 [3 \cos(\omega t - \epsilon) + \cos 3(\omega t - \epsilon)] = \\ & = K_\delta A_\delta \frac{0.135/9}{t_0^2 \omega^2} [9 \sin(\omega t_0) \sin(\omega t) + \sin(3\omega t_0) \sin(3\omega t)] + \\ & + K_\delta A_\delta T_s \frac{0.135/3}{t_0^2 \omega} [3 \sin(\omega t_0) \cos(\omega t) + \sin(3\omega t_0) \cos(3\omega t)] \end{aligned} \quad (5)$$

Приравниваем коэффициенты при одинаковых гармониках $\sin(k\omega t)$ и $\cos(k\omega t)$, $k=1,3$, и получаем 4 соотношения:

$$\begin{aligned} \sin \omega t \left\| [-T_p \omega^2 + 1 + v_2 A^2 \omega^2 / 4 + v_1 2.56 / 3 A \omega] \sin(\varepsilon) + [-T_s \omega] \cos(\varepsilon) \right. &= K_\delta A_\delta \frac{0.135 \sin(\omega t_0)}{t_0^2 \omega^2 A \omega}, \\ \cos \omega t \left\| [-T_p \omega^2 + 1 + v_2 A^2 \omega^2 / 4 + v_1 2.56 / 3 A \omega] \cos(\varepsilon) - [-T_s \omega] \sin(\varepsilon) \right. &= K_\delta A_\delta T_3 \frac{0.135 \sin(\omega t_0)}{t_0^2 \omega A \omega}, \\ \sin 3 \omega t \left\| [v_1 2.56 / 15 A \omega + v_2 A^2 \omega^2 / 4] \sin(3\varepsilon) \right. &= K_\delta A_\delta \frac{0.135 / 9}{t_0^2 \omega^2 A \omega} \sin(3 \omega t_0), \\ \cos 3 \omega t \left\| -[v_1 2.56 / 15 A \omega + v_2 A^2 \omega^2 / 4] \cos(3\varepsilon) \right. &= K_\delta A_\delta T_3 \frac{0.135 / 3}{t_0^2 \omega A \omega} \sin(3 \omega t_0). \end{aligned} \quad (6)$$

Для вычисления 6-и идентифицируемых параметров T_p , T_s , T_3 , K_δ , v_1 и v_2 необходимо получить еще два уравнения. Для этого воспользуемся тем же уравнением управляемости (1), записав его для установившейся циркуляции. Все члены с производными по времени исчезают, и мы получаем еще одно алгебраическое соотношение:

$$\Omega_c + v_1 \Omega_c |\Omega_c| + v_2 \Omega_c^3 = K_\delta \delta_c. \quad (7)$$

Здесь Ω_c – угловая скорость установившейся циркуляции, δ_c – угол кладки, который ей соответствует. Чтобы освободиться от модуля угловой скорости, запишем это уравнение для двух правых циркуляций ($\Omega_{c1} > 0$, $\delta_{c1} > 0$) и ($\Omega_{c2} > 0$, $\delta_{c2} > 0$). Получим два недостающих алгебраических уравнения:

$$\Omega_{c1} + v_1 \Omega_{c1}^2 + v_2 \Omega_{c1}^3 = +K_\delta \delta_{c1}, \quad (8)$$

$$\Omega_{c2} + v_1 \Omega_{c2}^2 + v_2 \Omega_{c2}^3 = +K_\delta \delta_{c2}. \quad (9)$$

Система линейных уравнений (6), (8), (9) распадается на подсистемы, которые можно решать независимо. Так, третье уравнение группы (6) и уравнения (8), (9) составляют подсистему третьего порядка для параметров K_δ , v_1 и v_2 :

$$\begin{aligned} v_1 2.56 / 15 A \omega + v_2 A^2 \omega^2 / 4 - K_\delta A_\delta [(0.135 / 9 \sin(3 \omega t_0)) / (t_0^2 \omega^2 A \omega \sin(3\varepsilon))] &= 0; \\ v_1 \Omega_{c1}^2 + v_2 \Omega_{c1}^3 - K_\delta \delta_{c1} &= -\Omega_{c1}; \\ v_1 \Omega_{c2}^2 + v_2 \Omega_{c2}^3 - K_\delta \delta_{c2} &= -\Omega_{c2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Решением этой системы будут следующие выражения для идентифицируемых параметров:

$$\begin{aligned} K_\delta &= \left[\frac{2.56 \Omega_{c1}}{15} (\delta_{c1} \Omega_{c2}^3 - \delta_{c2} \Omega_{c1}^3) + \frac{A \omega \Omega_{c2}}{4} (\delta_{c2} \Omega_{c1}^2 - \delta_{c1} \Omega_{c2}^2) \right] / \\ & \left[\frac{2.56 \delta_{c1}}{15} (\delta_{c1} \Omega_{c2}^3 - \delta_{c2} \Omega_{c1}^3) + \frac{A \omega \delta_{c2}}{4} (\delta_{c2} \Omega_{c1}^2 - \delta_{c1} \Omega_{c2}^2) \right. \\ & \left. - \frac{0.135 A_\delta \sin(3 \omega t_0)}{9(t_0 \omega)^2 A^2 \omega^2} \Omega_{c1}^2 \Omega_{c2}^2 (\Omega_{c2} - \Omega_{c1}) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

Параметры v_1 и v_2 находим через определенный выше параметр K_δ с помощью выражений:

$$\begin{aligned} v_1 &= (K_\delta \delta_{c1} - \Omega_{c1}) (\delta_{c1} \Omega_{c2}^3 - \delta_{c2} \Omega_{c1}^3) / \Omega_{c1}^2 \Omega_{c2}^2 (\Omega_{c2} - \Omega_{c1}); \\ v_2 &= (K_\delta \delta_{c2} - \Omega_{c2}) (\delta_{c2} \Omega_{c1}^3 - \delta_{c1} \Omega_{c2}^3) / \Omega_{c1}^2 \Omega_{c2}^2 (\Omega_{c2} - \Omega_{c1}). \end{aligned} \quad (12)$$

Параметр T_3 определяем делением четвертого уравнения группы (6) на третье уравнение:

$$T_3 = 1 / [3 \omega \cdot \operatorname{tg}(3\varepsilon)]. \quad (13)$$

Оставшиеся два параметра T_p и T_s находим из первых двух уравнений группы (6), в которых все остальные идентифицируемые параметры уже известны. Систему двух уравнений для них можно представить в форме:

$$\begin{aligned} -T_p \omega^2 \sin(\varepsilon) - T_s \omega \cos(\varepsilon) &= B1; \\ -T_p \omega^2 \cos(\varepsilon) + T_s \omega \sin(\varepsilon) &= B2, \end{aligned} \quad (14)$$

где правые части уравнений имеют вид:

$$\begin{aligned} B1 &= -[1 + v_1 (2.56 / 3) A \omega v_2 + (3 / 4) A^2 \omega^2] \sin(\varepsilon) + \frac{0.135 K_\delta A_\delta}{t_0^2 \omega^2 A \omega} \sin(\omega t_0) \\ B2 &= -[1 + v_1 (2.56 / 3) A \omega] + v_2 (3 / 4) A^2 \omega^2 \cos(\varepsilon) + \frac{0.135 K_\delta A_\delta T_3}{t_0^2 \omega A \omega} \sin(\omega t_0). \end{aligned} \quad (15)$$

Решение системы (14) исключительно просто, и дает значения последних идентифицируемых параметров:

$$\begin{aligned} T_p &= -[B1\sin(\varepsilon) + B2\cos(\varepsilon)]/\omega^2; \\ T_s &= [-B1\cos(\varepsilon) + B2\sin(\varepsilon)]/\omega. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, последовательность выражений (11), (12), (13) и (16) описывает получение всех 6 параметров нашей математической модели управляемости судна.

3. Обработка данных натурного эксперимента

Для расчетов параметров идентификации по формулам, которые приведены выше, необходимо знание величин A , ω и ε . Их следует определить при обработке результатов натурного проведения маневра "Зигзаг". Обычно при его проведении записываются текущие значения положения руля и курса судна, при более тщательных испытаниях записываются также координаты судна, определенные с помощью спутниковой навигационной системы (СНС). Амплитуду изменений курса судна определяют так. Дождавшись, когда движение судна станет установившимся, выполняются примерно 5-7 циклов перекладки руля. Фиксируются максимальные значения курса и среди них находится среднее арифметическое K_{\max} . Аналогично находится K_{\min} . Амплитуду курса находят как $A_K = (K_{\max} - K_{\min})/2$. Период установившегося движения можно определить как по перекладке руля, так и по изменению курса. Лучше сделать и то, и другое, и определить средний период. Для этого фиксируются моменты прохождения кладки руля через ДП и(или) достижения судном первоначального курса (т.е. отклонения от первоначального курса проходят через ноль). Находятся разности соседних значений этих моментов времени, далее среди них определяется среднее арифметическое значение T_δ по углу кладки руля или T_K по курсу – полупериоды. Определяется средний период $T = (T_\delta + T_K)/2$. Частота вычисляется как $\omega = \pi/T$. Для определения сдвига по фазе между кладкой руля и курсом используются те же моменты времени, и вычисляются разности между соседними значениями времени прохождения руля через ДП τ_k и курса через начальное значение t_k : $\Delta t_k = (\tau_k - t_k)$. Сдвиг по фазе ε находим как среднее арифметическое величин Δt_k , умноженное на частоту ω : $\varepsilon = \omega \cdot \Delta t_k$. Сдвиг будет всегда отрицательным – курс запаздывает по отношению к кладке руля, и это учтено в предыдущих выкладках.

4. Численная идентификация параметров

Используем результаты предыдущих расчетов для конкретной идентификации нелинейного уравнения управляемости танкера "Саратов". Для этого используем три вида типовых маневров, произведенных в процессе сдаточных испытаний для судна в грузу и балласте: две циркуляции и зигзаг 20°/20°. По результатам двух первых испытаний для кладки руля 15° и 35° получены угловые скорости установившейся циркуляции Ω , по результатам маневра "Зигзаг" амплитуда курса A_k , период изменения курса T , время перекладки руля на борт t_0 , сдвиг по фазе ε . Приведем эти данные в табличной форме.

Таблица 1

Наименование параметра	Судно в балласте	Судно в грузу
T , с	165 (166)	192 (207)
A_k , град.	28 (29)	32 (33.6)
t_0 , с	4	5
ε , с	63 (62)	80 (82)
Ω_{c1} , с ⁻¹	0.0147	0.0139
Ω_{c2} , с ⁻¹	0.0189	0.0174

С помощью данных табл. 1 в среде MathCad вычисляем все идентифицируемые в соответствии с последовательностью и формулами, описанными выше. На этом процесс идентификации заканчивается. Отметим, что при этом использовались только конечные формулы, не прибегая к интегральным процедурам (фактически, они заложены в коэффициентах Фурье). Приведем результаты идентификации в табл. 2.

Таблица 2

Наименование параметра	Судно в балласте	Судно в грузу
T_3	4	0
T_p	291	194
T_s	11	5.6
v_1	-133	-143
v_2	6815	6172
K_δ	0.0285	0.011

Идентифицированные значения параметров были введены в исходное дифференциальное уравнение (точнее, в эквивалентную систему дифференциальных уравнений первого порядка):

$$\begin{aligned} dK/dt &= \Omega; \\ d\Omega/dt &= E; \\ dE/dt &= -(T_s d\Omega/dt + \Omega + v_1 \Omega |\Omega| + v_2 \Omega^3) = (K_\delta \delta + K_\delta T_3 d\delta/dt)/T_p. \end{aligned} \quad (17)$$

В систему (17) добавлен курс судна K , а через E обозначено угловое ускорение судна. Для ее решения была сконструирована специальная программа в среде VB6, которая позволяет управлять судном. А именно, изменять кладку руля при достижении определенной ситуации (здесь $K=\delta$), переключать руль с борта на борт. В результате решения этой системы уравнений (17) были получены периодические решения, период, амплитуда, и фаза которых приведены также в табл. 1 курсивом в скобках рядом с соответствующими исходными данными. Видно, что результаты достаточно хорошо совпадают, следовательно, найденными параметрами уравнения поворотливости можно пользоваться для прогнозирования ряда маневров, производимых примерно на той же скорости, что и испытание "Зигзаг". Идентифицированные параметры были проверены также для маневра "Циркуляция" в среде MathCad. При этом получено практически идеальное совпадение с тестовыми данными такого маневра по угловой скорости и времени установления установившейся циркуляции.

5. Возможное расширение полученного решения

Дифференциальное уравнение второго порядка (1) получено из системы двух уравнений первого порядка, одно из которых включает производную угла дрейфа, путем исключения угла дрейфа β .

$$\begin{aligned} d\beta/dt + q_{21}\beta + r_{21}\omega - (v_1\omega|\omega| + v_2\omega^3)q/q_{31} &= -s_{21}\delta; \\ d\omega/dt + q_{31}\beta + r_{31}\omega &= -s_{31}\delta. \end{aligned} \quad (18)$$

При этом преобразовании возникает ряд соотношений между параметрами системы (18) и уравнения (1):

$$\begin{aligned} q &= q_{21}r_{31} - q_{31}r_{21}, \quad s = q_{31}s_{21} - q_{21}s_{31}, \quad 2p = r_{31} + q_{21}; \\ q &= 1/T_p, \quad 2p/q = T_s, \quad K_\delta = s/q, \quad K_\delta T_3 = -s_{31}/q. \end{aligned} \quad (19)$$

Найдя все параметры системы (18), мы сможем получить существенно больше информации о движении судна при маневрировании за счет знания угла дрейфа. Однако, если в уравнении (1) мы идентифицировали 6 параметров, то в системе (18) таких параметров 8. Следовательно, нам не хватает для замыкания задачи двух условий. Эти условия можно получить в форме стационарного состояния, описываемого вторым уравнением системы (18), записав его для двух установившихся циркуляций, подобно соотношениям (8), (9) для уравнения (1):

$$\begin{aligned} q_{31}\beta_{c1} + r_{31}\omega_{c1} &= -s_{31}\delta_{c1}; \\ q_{31}\beta_{c2} + r_{31}\omega_{c2} &= -s_{31}\delta_{c2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Наиболее ценной в данный момент была бы информация об угле дрейфа на циркуляции β_c , но стандартные маневры не предусматривают его измерения. Перспектива его определения – измерение вектора скорости в двух разнесенных точках судна (пока достаточно призрачная). Найдём этот угол на установившейся циркуляции путем вычисления по формуле, рекомендуемой справочником (Войткунский, 1985):

$$\beta_c = x_0 \omega_c (1 + v_2 \omega / v_1)^{0.5},$$

где x_0 – полюс поворота. Его значение изменяется в узких пределах от $0.3L$ до $0.5L$, мы примем его равным $0.4L$ (L – длина ватерлинии). Считая этот угол известным для двух циркуляций, сможем найти параметры q_{31} и r_{31} из (20):

$$q_{31} = \frac{K_\delta T_3}{T_p} \frac{\delta_{c1} \omega_{c2} - \delta_{c2} \omega_{c1}}{\beta_{c1} \omega_{c2} - \beta_{c2} \omega_{c1}}, \quad r_{31} = \frac{K_\delta T_3}{T_p} \frac{\delta_{c2} \beta_{c1} - \delta_{c1} \beta_{c2}}{\beta_{c1} \omega_{c2} - \beta_{c2} \omega_{c1}}, \quad (21)$$

при этом $s_{31} = -K_\delta T_3 / T_p$ на основании последнего соотношения из (19). Далее последовательность вычислений на базе соотношений (19) и уже найденных параметров такова:

$$q_{21} = T_s / T_p - r_{31} s_{21} = (K_\delta / T_p + q_{21} \cdot s_{31}) / q_{31} r_{21} = (q_{21} \cdot r_{31} - 1 / T_3) / q_{31}. \quad (22)$$

В табл. 3 приведены результаты по идентификации параметров системы (18) при вычисленных значениях углов дрейфа β_{c1} и β_{c2} .

Таблица 3

Наименование параметра	Судно в балласте	Судно в грузу
v_1	-133	-143
v_2	6815	6172
q_{21}	0.122	0.112
q_{31}	$8.9 \cdot 10^{-3}$	$9.4 \cdot 10^{-3}$
r_{21}	-1.56	-1.859
r_{31}	-0.085	-0.088
s_{21}	$-6.6 \cdot 10^{-3}$	$3.7 \cdot 10^{-3}$
s_{31}	$-3.9 \cdot 10^{-4}$	$-2.5 \cdot 10^{-4}$
β_{c1}	0.152	0.137
β_{c2}	0.208	0.179

Система (18) проинтегрирована для найденных значений параметров в среде MathCad при кладке руля, плавно возрастающей от нуля до максимального значения 35° . На рис. 2-3 приведены графики изменения угла дрейфа и угловой скорости поворота судна в грузу и балласте. Они вполне соответствуют их реальным изменениям при таком виде маневра, а установившиеся значения этих кинематических характеристик практически равны заложенным в процедуру идентификации их стационарным значениям.

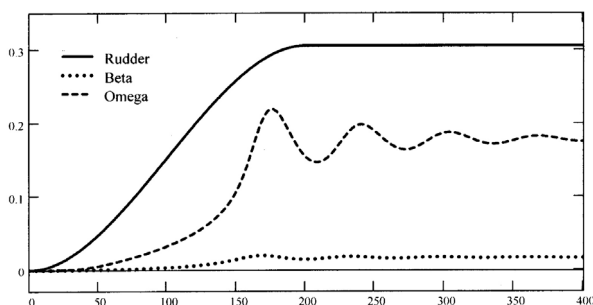


Рис. 2. Изменение клады руля δ , угла дрейфа β и угловой скорости поворота Ω для танкера "Саратов" в балласте

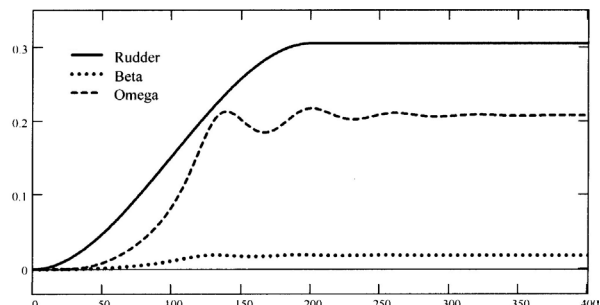


Рис. 3. Изменение клады руля δ , угла дрейфа β и угловой скорости поворота Ω для танкера "Саратов" при полной загрузке

6. Заключение

Предложенная в статье совокупность конечных формул (11-13), (16) и (21), (22) позволяет обрабатывать данные по маневрам вида "зигзаг" и получать результаты, близкие к реальным. Использование методики требует тщательного проведения самого маневра и последующих измерений амплитуды, периода и фазы для получения надежных результатов. Возможна модификация методики, которая сводится к дополнительному учету пятых гармоник в разложениях функций $\Omega|\Omega|$ (4) и δ (2). Это позволит привлекать только одно испытание установившейся циркуляции вместо двух, что сокращает необходимое количество исходных данных и дает меньшую зависимость результата от них.

Литература

- Асиновский В.А., Гофман А.Д. Об оценке управляемости судов. *Научно-техн. общество судостр. пром-сти им акад. А.Н. Крылова, Л., Судостроение*, вып. 90, с.47-59, 1967.
 Войткунский Я.И. Справочник по теории корабля. *Л., Судостроение*, 544 с., 1985.
 Гофман А.Д. Двигательно-рулевой комплекс и маневрирование судна. Справочник. *Л., Судостроение*, 340 с., 1988.