

УДК 519.8 : [629.5.035 : 629.563.3]

## Математическое моделирование работы поворотной винтовой колонки бурового судна при его произвольном движении

Ю.И. Юдин

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

**Аннотация.** Статья посвящена разработке математической модели работы поворотных винтовых колонок (ПВК), используемых в качестве основных движителей на буровом судне при выполнении им динамического позиционирования. Математическая модель позволяет рассчитать значения продольных и поперечных составляющих реактивных сил, создаваемых ПВК при работе в условиях произвольного движения бурового судна с учётом особенностей режима динамического позиционирования.

**Abstract.** The mathematical model of operation of azimuth thruster of drilling vessel has been worked out in the paper. The azimuth thrusters are used as main propulsion devices of drilling vessels at dynamic positioning. The mathematical model allows to calculate values of reactive force constituents occurring while operating in conditions of drilling vessel arbitrary movement accounting peculiarities of dynamic positioning.

**Ключевые слова:** математическая модель, буровое судно, движительный комплекс  
**Key words:** mathematical model, drill ship, propulsive system

### 1. Введение

Буровое судно, работая в режиме динамического позиционирования (ДП), перемещается по произвольной траектории, существенно отличающейся от прямолинейной. При этом значения параметров, определяющих гидродинамические условия работы поворотных винтовых колонок (ПВК), изменяются по отношению к значениям аналогичных параметров, соответствующим его установившемуся прямолинейному движению.

### 2. Моделирование кинематических параметров потока

Скорости потоков, натекающих на правую (s) и левую (p) ПВК, определяются зависимостью

$$v'_{e(s,p)} = v_{np(s,p)}(1 - \psi'), \quad (1)$$

где  $v_{np(s,p)}$  – линейная скорость бурового судна в месте установки конкретного ПВК,  $\psi'$  – коэффициент номинального попутного потока в месте установки ПВК при произвольном движении бурового судна. Значение  $v_{np(s,p)}$  зависит от кинематических параметров движения судна, а именно угла дрейфа судна  $\beta$  и линейной скорости  $v$ , а также угла дрейфа в месте установки ПВК  $\beta_{np(s,p)}$ , т.е.

$$v_{np(s,p)} = [\cos\beta / (\cos\beta_{np(s,p)})]v. \quad (2)$$

В свою очередь, величина угла дрейфа в месте установки ПВК  $\beta_{np(s,p)}$  определяется по формуле:

$$\beta_{np(s,p)} = \arctg\left\{ \frac{\operatorname{tg}\beta - [x_{np}\omega / (v \cos\beta)]}{\{1 - [y_{np(s,p)} / (v \cos\beta)]\}} \right\}, \quad (3)$$

где  $x_{np}$ ,  $y_{np(s,p)}$  – координаты места установки ПВК,  $\omega$  – угловая скорость судна.

Коэффициент номинального попутного потока в районе расположения ПВК  $\psi'$  при произвольном движении бурового судна определяется исходя из рекомендаций, представленных в работе (Гофман, 1988):

$$\psi' = \psi \cdot \begin{cases} [(\beta_{np}^{\lim} - \beta_{np(s,p)}) / \beta_{np}^{\lim}]^5 & \text{при } \beta_{np(s,p)} \leq \beta_{np}^{\lim}, \\ 0 & \text{при } \beta_{np(s,p)} > \beta_{np}^{\lim}, \end{cases} \quad (4)$$

здесь значение угла дрейфа  $\beta_{np}^{\lim}$ , при котором номинальный попутный поток становится нулевым, по результатам анализа многочисленных модельных экспериментов, принимается равным  $\beta_{np}^{\lim} = 45^\circ$ .

Угол, определяющий направление потока, натекающего на ПВК, в математической модели задаётся зависимостью

$$\beta_{np(s,p)}^* = \kappa \beta_{np(s,p)}. \quad (5)$$

Для определения значения коэффициента скоса потока  $\kappa$ , учитывающего искажение направления натекающей воды на ПВК вследствие влияния корпуса, используется зависимость, полученная на основании результатов анализа материалов экспериментов (Гофман, 1988)

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_0 + (1 - \kappa_0) \cdot (\beta_{np(s,p)} / \beta_{np}^{\lim})^5 & \text{при } \beta_{np(s,p)} \leq \beta_{np}^{\lim}, \\ 1 & \text{при } \beta_{np(s,p)} > \beta_{np}^{\lim}. \end{cases} \quad (6)$$

Начальное значение коэффициента скоса потока  $\kappa_0$  для бурового судна принято равным: для ПВК внутреннего борта  $\kappa_0 = 0.7$ ; для ПВК внешнего борта  $\kappa_0 = 0.9$ .

С учётом представленных изменений в характере потока, натекающего на ПВК, относительная поступь принимает следующее значение

$$\lambda'_e = v'_e / nD, \quad (7)$$

где  $D$  – диаметр винта;  $n$  – обороты винта.

### 3. Моделирование гидродинамических характеристик ПВК

Величине  $\lambda'_e$  соответствуют изменённые по сравнению с номинальными диаграммные значения коэффициентов упора ПВК  $K'_{np}$  и винта, работающего в составе ПВК,  $K'_p$  и соответствующие им расчётные значения упоров  $T'_{np}$ ,  $T'_p$ , учитывающие лишь те изменения в режиме работы ПВК, которые связаны с изменением скорости  $v'_e$  потока, натекающего на ПВК. Они не учитывают влияния на режим работы ПВК ни угла её поворота, ни направления потока, натекающего на ПВК, и поэтому называются условными. Для определения величин  $K'_{np}$ ,  $K'_p$ ,  $T'_{np}$ ,  $T'_p$  и их соотношений используются те же диаграммы и зависимости, которые использовались для определения их значений при прямолинейном движении бурового судна (Юдин, 2010). Так, например, при использовании в расчётах результатов экспериментальных исследований, выполненных В.К. Турбаллом, зависимость, используемая для определения значения коэффициента упора ПВК, в данном случае будет выглядеть следующим образом:

$$K'_{np} = -0.0404(\lambda'_e)^2 - 0.4526\lambda'_e + 0.4474. \quad (8)$$

Другая группа изменений в режиме работы движителя при произвольном движении бурового судна связана с изменением угла натекания воды на ПВК (местного угла дрейфа  $\beta^*_{np}$ ) и с изменением взаимодействия движителя со средствами управления вследствие поворота ПВК на заданный угол  $\delta_{np}$  при неизменных значениях  $v'_e$ ,  $\psi'$  и оборотов винта  $n$ .

Для численной оценки этих изменений вводятся коэффициенты  $t_{np}$ ,  $t_p$ , характеризующие изменения упора ПВК и упора гребного винта, вызванные косым натеканием и поворотом ПВК.

$$t_{np} = T^r_{np} / T'_{np} = K^r_{np} / K'_{np}; \quad t_p = T^r_p / T'_p = K^r_p / K'_p. \quad (9)$$

Здесь верхний индекс "r" означает, что данное значение указанного параметра соответствует реальным условиям работы ПВК (в данном случае под термином "реальные условия" подразумеваются условия обтекания ПВК при произвольном движении бурового судна).

Коэффициенты  $t_{np}$ ,  $t_p$  являются функциями угла перекаладки ПВК  $\delta_{np}$ , угла скоса потока  $\beta^*_{np}$  и условного коэффициента нагрузки ПВК по упору  $\sigma'_{np}$ .

Определение режима работы ПВК при известных параметрах произвольного движения бурового судна  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $v$ ,  $\psi'$  и оборотов винта  $n$  производится в два этапа: определяются кинематические и динамические характеристики условного исходного режима работы ПВК  $\lambda'_e = v'_e / nD$ ;  $K'_{np}(\lambda'_e)$ ;  $K'_p(\lambda'_e)$ , а затем с учётом значений коэффициентов  $t_{np}$ ,  $t_p$  определяются значения гидродинамических характеристик работы ПВК в реальных условиях

$$K^r_{np} = t_{np} K'_{np}; \quad K^r_p = t_p K'_p; \quad T^r_{np} = K^r_{np} \rho n^2 D^4; \quad T^r_p = K^r_p \rho n^2 D^4.$$

Таким образом учитывается влияние корпуса бурового судна на гидродинамические характеристики работы ПВК при произвольном движении.

В то же время, в математической модели бурового судна необходимо учитывать влияние работающего ПВК на характер обтекания корпуса, проявляющееся в образовании на последнем известной силы засасывания  $\Delta T$ , которая в случае произвольного движения раскладывается на две составляющих: продольную  $X_{\Delta T}$  и поперечную  $Y_{\Delta T}$ .

Продольная составляющая силы засасывания приводит к увеличению нагрузки на ПВК (Юдин, 2010), не оказывая влияния на характер движения бурового судна.

Поперечная сила засасывания  $Y_{\Delta T}$ , при произвольном движении бурового судна, может быть отнесена к поперечной составляющей гидродинамической силы на корпусе судна (Гофман, 1988).

В этом случае поперечная составляющая гидродинамической силы, образующейся на корпусе бурового судна при его произвольном движении под воздействием работающего ПВК, и её момент будут определяться по формулам:

$$Y_k^r = k_y Y_k; \quad (10)$$

$$M_k^r = k_y k_{cp} M_k, \quad (11)$$

где  $k_y$  – коэффициент изменения силы на корпусе бурового судна при работе ПВК;  $k_{cp}$  – коэффициент смещения центра давления на корпусе при работе ПВК,  $Y_k$ ,  $M_k$  – поперечная составляющая и момент

гидродинамической силы на корпусе судна, соответственно, без учёта взаимодействия с работающей ПВК.

Коэффициенты динамического взаимодействия  $k_y, k_{cp}$  связаны сложными соотношениями с кинематическими параметрами движения бурового судна  $\omega, \beta$  и зависят от режима работы его ПВК. При угле дрейфа  $\beta > 15^\circ$  их значения могут быть приняты постоянными, т.е.  $k_y = 1.2, k_{cp} = 0.8$  (Гофман, 1988). При малых углах дрейфа  $\beta < 15^\circ$  значения коэффициентов  $k_y, k_{cp}$  принимаются равными 1.0.

Гидродинамические характеристики ПВК, основными элементами которой являются гребной винт и направляющая насадка, обладают рядом специфических особенностей, связанных с работой насадки в косом потоке.

При работе ПВК в косом потоке насадка формирует поле скоростей перед гребным винтом, выравнивает его и делает практически совпадающим по направлению с осью гребного винта, сохраняя величину скорости натекания. В результате скос натекающего на ПВК потока мало влияет на величину упора её гребного винта  $T_p$ . В математической модели бурового судна с учётом данных, полученных по результатам анализа модельных экспериментов (Muller, 1981), в диапазоне местных углов дрейфа  $0^\circ < \beta_{np}^* \leq 90^\circ$ , принято для ПВК  $t_p = 1$ . Это значение близко к реальному значению при работе ПВК в швартовном режиме, который является характерным для бурового судна.

При тех же значениях углов натекания потока на ПВК ( $0^\circ < \beta_{np}^* \leq 90^\circ$ ) и при работе последнего в режиме достаточно близком к швартовному, коэффициент  $t_{np}$  лежит в диапазоне  $1,05 \leq t_{np} \leq 1,10$  (Muller, 1981), при моделировании его значение принято равным  $t_{np} = 1,10$ .

#### 4. Моделирование образования реактивной силы и её составляющих

Известно, что движущей реактивной силой, действующей на работающую ПВК, является так называемая результирующая сила  $R$ , образующаяся в результате сложного характера обтекания ПВК, представляющей комплекс, состоящий из гребного винта и насадки.

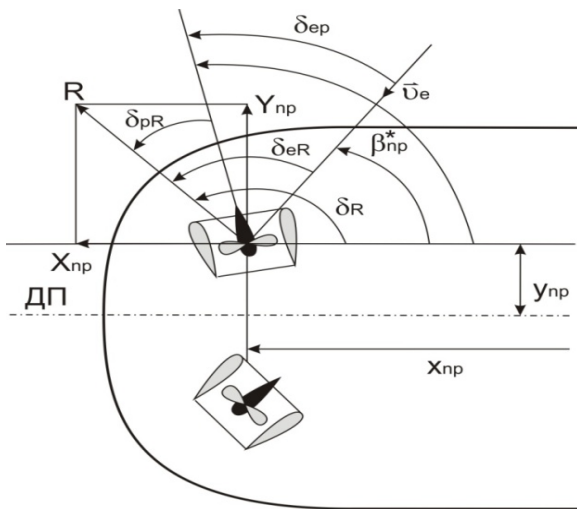
Значение результирующей силы, действующей на ПВК, в математической модели бурового судна рассчитывается по методу, предложенному А.Д. Гофманом (1988) с использованием результатов модельного эксперимента, выполненного в Дуйсбургском опытовом бассейне (Muller, 1981).

Для определения значения результирующей силы при произвольном движении бурового судна и с учётом режима работы ПВК обратимся к рис. 1. На рис. 1 показаны основные геометрические параметры, определяющие положение ПВК относительно корпуса судна и направления набегающего потока при произвольном движении бурового судна и заданном угле поворота ПВК  $\delta_{np}$ , а также вектор результирующей силы и её составляющие в координатной системе, связанной с судном.

Для определения значения результирующей силы  $R$  используются результаты уже упомянутого здесь модельного эксперимента (Muller, 1981). На основании их А.Д. Гофманом (1988) предложена зависимость отношения результирующей силы к упору ПВК  $T_{np}^0$  при осевом натекании потока ( $\delta_{ep} = 0$ )

$$t_R = R / T_{np}^0 \quad (12)$$

от значения реального угла  $\delta_{ep}$  и коэффициента нагрузки ПВК по упору  $\sigma_{np}^0$  в осевом потоке, при скорости натекания  $v'_e$ , рассчитанной по формуле (1), исходя из условия  $\beta_{np(s,p)}^* = \delta_{np(s,p)}$  и частоте вращения гребного винта  $n$ .



$\delta_R$  – угол отклонения вектора результирующей силы от оси  $O_{np}X_{np}$  координатной системы  $O_{np}X_{np}Y_{np}$  (подвижная, прямоугольная правая координатная система, связанная с судном, начало координатной системы  $O_{np}$  совпадает с точкой расположения ПВК, положительное направление оси  $O_{np}X_{np}$  – в нос судна, положительное направление оси  $O_{np}Y_{np}$  – на левый борт);

$\delta_{ep}$  – угол между вектором скорости потока  $v'_e$ , натекающего на ПВК и осью гребного винта, положительное направление которой совпадает с направлением вектора результирующей силы;

$\delta_{epR}$  – угол между вектором скорости потока, натекающего на ПВК и вектором результирующей силы;

$\delta_{pR}$  – угол между осью гребного винта и вектором результирующей силы, положительное направление отсчёта углов  $\delta_{ep}, \delta_{epR}, \delta_{pR}$  – против часовой стрелки.

При этом ось гребного винта ПВК считается направленной в сторону, противоположную отбрасываемой винтом струе.

Рис. 1. Схема углов и сил на ПВК

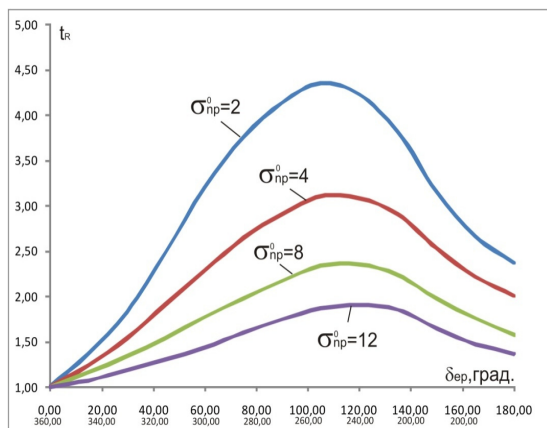


Рис. 2. Зависимость коэффициента  $t_R$  от угла натекания потока  $\delta_{ep}$  и коэффициента нагрузки по упору при осевом натекании потока на ПВК  $\sigma_{np}^0$

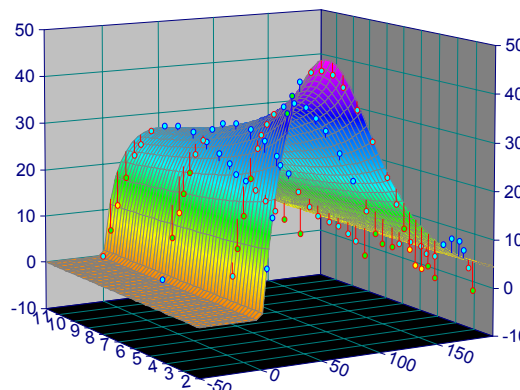


Рис. 3. Угол отклонения результирующей силы ПВК от оси гребного винта  $\delta_{pR}(\delta_{ep}, \sigma_{np}^0)$

Зависимости  $t_R(\delta_{ep}, \sigma_{np}^0)$ ,  $\delta_{pR}(\delta_{ep}, \sigma_{np}^0)$  для испытанной серии гребных винтов В4-55, работающих в насадке, в графическом формате приведены на рис. 2, 3 (значения угла  $\delta_{ep}$  в диапазоне  $180^\circ \leq \delta_{ep} \leq 360^\circ$  (рис. 1) должны приниматься отрицательными).

Аналитическое выражение представленных в графическом виде зависимостей выглядит следующим образом:

$$t_R = \{ \delta_{ep} \sigma_{np}^0 / [a + b \delta_{ep} + d \sigma_{np}^0 + e (\sigma_{np}^0)^2 + f \delta_{ep}^3 + g (\sigma_{np}^0)^3] \} / (h \delta_{ep} \sigma_{np}^0); \quad (13)$$

$$\delta_{pR} = \{ a + b \delta_{ep} + c \delta_{ep}^2 + d \delta_{ep}^3 + e / \delta_{ep} + f \exp(-\delta_{ep}) + \ln(\sigma_{np}^0) \cdot [g (\sigma_{np}^0)^{0,5} + h] \}^{-1}. \quad (14)$$

Численные значения коэффициентов, входящих в формулы (13), (14) представлены в таблице.

Таблица

Коэффициент	Значение	
	формула (13)	формула (14)
$a$	144800,38	0,0017734075
$b$	3149,932	0,00018423491
$c$	-26127,25	$-3,3856374 \times 10^{-6}$
$d$	-21,65865	$3,9239205 \times 10^{-8}$
$e$	2601,4726	0,38410829
$f$	0,0339983	1,1724215
$g$	-98,26864	0,0008596628
$h$	-0,00000488	0,0059520227

Гидродинамические характеристики ПВК, ось которой расположена под углом  $\delta_{ep}$  к вектору скорости натекающего на ПВК потока, моделируются в соответствии с представленным ниже алгоритмом.

Используя выражение (5) и учитывая, что для отдельно взятого ПВК угол дрейфа в районе его установки будет определяться зависимостью

$$\beta_{np(s,p)} = \kappa^{-1} \delta_{np(s,p)}, \quad (15)$$

определяем значение скорости натекающего на ПВК потока  $v'_e$ . С учётом полученного значения  $v'_e$ , а также текущего значения частоты вращения гребного винта ПВК  $n$  рассчитывают относительную поступь  $\lambda'_e = v'_e / nD$ . Значение коэффициента упора ПВК при осевом натекании потока ( $\delta_{ep} = 0$ )  $K_{np}^0$  определяем на основании полученной ранее зависимости, например,

$$K_{np}^0 = -0,0404(\lambda'_e)^2 - 0,4526\lambda'_e + 0,4474. \quad (16)$$

Исправляем это значение, учитывая влияние кронштейна и гондолы ПВК на работу комплекса "винт – насадка", пользуясь выражением

$$K_{npn}^0 = K_{np}^0 \{ \kappa_n [1 - 1/(1+t_n)] + \kappa_p / (1+t_n) \}, \quad (17)$$

которое получено с использованием зависимостей, представленных в работе (Юдин, 2010).

Далее находим значение упора ПВК  $T_{np}^0$  при осевом натекании:

$$T_{np}^0 = K_{npm}^0 \rho n^2 D^4. \quad (18)$$

Определяют коэффициент нагрузки ПВК по упору при осевом натекании:

$$\sigma_{np}^0 = (8/\pi)[K_{npm}^0 / (\lambda'_e)^2]. \quad (19)$$

Угол натекания потока на ПВК определяется в виде зависимости (рис. 1)

$$\delta_{ep} = \delta_{np} - \beta_{np(s,p)}^*. \quad (20)$$

Используя зависимость (13), с учётом полученных значений  $\delta_{ep}$  и  $\sigma_{np}^0$ , находят величину коэффициента  $t_R$  (при работе ПВК в швартовном режиме значение  $t_R$  принято равным единице  $t_R = 1,0$ ), а значение угла отклонения силы  $R$  от оси вала гребного винта ПВК  $\delta_{pR}$  определяем по формуле (14).

Величина результирующей силы  $R$ , действующей на ПВК, будет равна

$$R = t_R T_{np}^0. \quad (21)$$

Определив угол отклонения результирующей силы  $R$  от направления натекающего на ПВК потока

$$\delta_{eR} = \delta_{ep} + \delta_{pR}, \quad (22)$$

рассчитывают упор ПВК  $T_{np}$  и нормальную силу  $Y_p$  (вектор силы направлен перпендикулярно оси гребного винта):

$$T_{np} = R \cos \delta_{pR}, \quad (23)$$

$$Y_p = R \sin \delta_{pR}. \quad (24)$$

У ПВК отклонение результирующей силы  $R$  от оси гребного винта имеет достаточно большое значение (рис. 3), поэтому в определённых режимах работы ПВК оно учитывается при её математическом моделировании.

С учётом скоса потока угол натекания воды на ПВК (рис. 1) имеет следующее значение

$$\delta_{ep} = \delta_{np} - \beta_{np(s,p)}^*. \quad (25)$$

Параметры работы ПВК бурового судна при текущем значении угла натекания  $\delta_{ep}$ , скорости натекания  $v'_e$  и частоте вращения гребного винта  $n$  находят так же, как и для изолированного ПВК (при отсутствии корпуса судна).

Угол отклонения результирующей силы  $R$  от оси  $O_{np}X_{np}$  (рис. 1) определяется из выражения:

$$\delta_R = \delta_{np} + \delta_{pR}, \quad (26)$$

поперечная сила, образующаяся в результате работы ПВК бурового судна при его произвольном движении, в координатной системе  $O_{np}X_{np}Y_{np}$  рассчитывается с использованием зависимости

$$Y_{np} = R \sin \delta_R = t_R T_{np}^0 \sin(\delta_{np} + \delta_{pR}), \quad (27)$$

продольная сила в указанной системе координат

$$X_{np} = R \cos \delta_R = t_R T_{np}^0 \cos(\delta_{np} + \delta_{pR}). \quad (28)$$

Значения  $\delta_{pR}$  в диапазоне углов  $180^\circ < \delta_{ep} < 360^\circ$  (рис. 1) принимаются отрицательными.

## 5. Заключение

Представленная в статье математическая модель расчёта динамических характеристик работы ПВК при его произвольном движении использована автором для создания математической модели бурового судна, оборудованного движителями рассмотренного типа. Результаты моделирования работы бурового судна в режиме динамического позиционирования в сравнении с результатами натурного эксперимента позволяют считать разработанную модель вполне адекватной. По мнению автора, данная модель может быть использована в соответствующих тренажёрных системах.

## Литература

- Muller E.** Results of open water tests with ducted and no ducted propellers with angle of attack from 0 to 360°. *Polish Acad. of Sci., Proc. of Symposium "Advance in propeller research and design". Gdansk, paper N 12, p.53-55, 1981.*
- Гофман А.Д.** Движительно-рулевой комплекс и маневрирование судна. Справочник. Л., Судостроение, 360 с., 1988.
- Юдин Ю.И.** Математическое моделирование работы поворотной винтовой колонки бурового судна. *Вестник МГТУ, № 4/2, с.845-851, 2010.*