

УДК 550.388.2

## Высотное распределение концентрации молекулярных ионов в F-области полярной ионосферы с учетом токов и динамических процессов

Ю.Ф. Бессараб, Ю.Н. Кореньков

Западное отделение ИЗМИРАН

**Аннотация.** В статье наряду с продольными токами в уравнении движения для заряженных частиц было учтено взаимодействие этих частиц с частицами нейтрального газа, движение которых вносит значительный вклад в перераспределение ионов на рассматриваемых высотах. Получены количественные оценки этого эффекта на вертикальное распределение молекулярных ионов в E-области полярной ионосферы. Показано, что учет движений нейтрального газа может как усиливать эффекты продольных токов, так и полностью их компенсировать.

**Abstract.** In the paper along with field-aligned currents in momentum equation for charged particles, interaction ions with neutral particles has been taken into account, motion of which make a considerable contribution to ion distribution at the heights under study. Numerical estimations of this effect at vertical distribution of molecular ions have been obtained in the E-region of the polar ionosphere. It has been shown that inclusion of the neutral gas motion in the momentum equation can both enhance effects of the field-aligned currents, and completely cancel them out.

**Ключевые слова:** продольные токи, взаимодействие с частицами нейтрального газа, полярная ионосфера, E-область  
**Keywords:** field-aligned currents, interaction with neutral particles, E-region, polar ionosphere

### 1. Введение

Ионосфера полярных широт тесно связана с магнитосферой посредством магнитного поля Земли. Высокая проводимость вдоль магнитных силовых линий обеспечивает практически беспрепятственное проникновение электрического магнитосферного поля, высыпающихся энергичных частиц и токов из магнитосферы в ионосферу. Процессы, связанные с этими явлениями, в значительной мере оказывают влияние на структуру полярной ионосферы.

Продольные токи, существование которых подтверждается экспериментальными данными (*Potemra et al.*, 1979), могут в значительной степени изменять концентрацию заряженных частиц в ионосферной плазме. Количественная оценка этого явления на основе аналитического решения упрощенной системы уравнений непрерывности для концентрации заряженных частиц, уравнения движения и токов в ионосфере была сделана в работе (*Ляцкая и др.*, 1978). Эти результаты нашли отражение в монографиях (*Ляцкий, Мальцев*, 1983; *Брюнелли, Намгаладзе*, 1988) и других исследованиях, посвященных структуре полярной ионосферы (*Кукушкина, Ляцкая*, 1981).

Однако в вышеупомянутых работах не учитывалось влияние динамических процессов нейтральной атмосферы на высотное перераспределение заряженных частиц ионосферной плазмы. Экспериментальные данные по измерениям скоростей нейтрального ветра в полярной термосфере свидетельствуют о наличии больших скоростей как в вертикальном, так и в горизонтальном направлениях (*Леонтьев*, 2002; *Price et al.*, 1995; *Богданов, Леонтьев*, 1995). Эти движения нейтрального газа могут оказывать влияние на пространственное распределение заряженных частиц в E-области ионосферы, где частота столкновений между ионизованной и нейтральной компонентами плазмы весьма велика.

В данной работе, используя постановку задачи, представленную в работе (*Ляцкая и др.*, 1978), вместе с продольными токами в уравнении движения для заряженных частиц было учтено их взаимодействие с частицами нейтрального газа и получены количественные оценки влияния этого эффекта на вертикальное распределение молекулярных ионов в E-области полярной ионосферы.

### 2. Постановка задачи и результаты расчетов

Введем систему координат, ось  $z$  которой направлена вертикально вниз,  $x$  – на север,  $y$  – на восток. В этой системе координат ток, втекающий в ионосферу, будет положительным, вытекающий – отрицательным. Будем рассматривать один сорт ионов и, соответственно, один коэффициент диссоциативной рекомбинации и пренебрежем горизонтальными градиентами фоновой ионной концентрации.

В стационарном случае система уравнений, описывающих пространственное распределение заряженных частиц в E-области ионосферы, выглядит следующим образом:

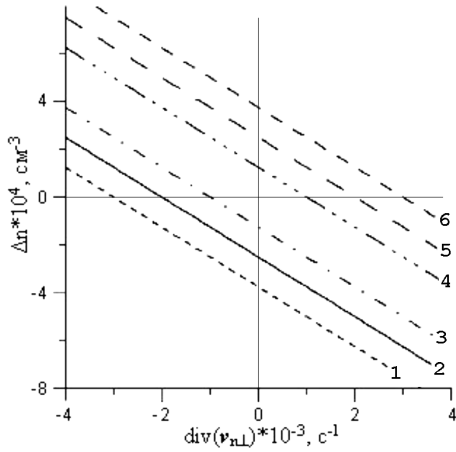


Рис. 1. Зависимость  $\Delta n$  от  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  при следующих значениях плотности вертикального тока  $j_z$ :  
 1 – 0.15 А/км<sup>2</sup>, 2 – 0.10 А/км<sup>2</sup>, 3 – 0.05 А/км<sup>2</sup>,  
 4 – -0.05 А/км<sup>2</sup>, 5 – -0.10 А/км<sup>2</sup>, 6 – -0.15 А/км<sup>2</sup>

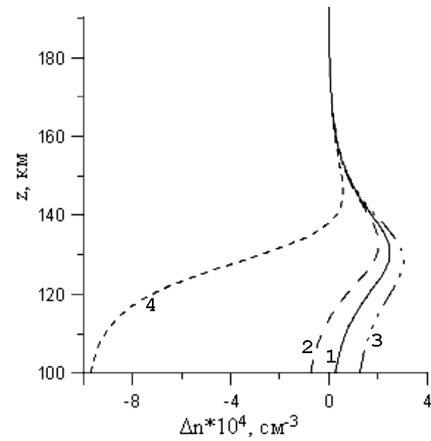


Рис. 2. Зависимость возмущения  $\Delta n(z)$  при постоянной плотности тока  $j_z = -0.1$  А/км<sup>2</sup> и следующих значениях  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ :  
 1 – 0 с<sup>-1</sup>, 2 – 10<sup>-4</sup> с<sup>-1</sup>, 3 – -10<sup>-4</sup> с<sup>-1</sup>, 4 – 10<sup>-3</sup> с<sup>-1</sup>

$$q_i - \alpha_i n_i^2 = \nabla(n_i \mathbf{v}_i),$$

$$e\mathbf{E} + e[\mathbf{v}_i, \mathbf{B}] - m v_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n) = 0.$$

Здесь  $q_i$  – скорость ионообразования,  $\alpha_i$  – коэффициент рекомбинации,  $n_i$  – концентрация  $i$ -го сорта ионов,  $e$  – заряд иона,  $\mathbf{v}_i$  – вектор скорости заряженных, а  $\mathbf{v}_n$  – нейтральных частиц,  $\mathbf{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{B}$  – вектор геомагнитного поля,  $m$  – масса ионов,  $v_i$  – частота столкновений ионов с нейтралами.

Будем рассматривать отклонения высотного профиля концентрации ионов, полученного с учетом продольного тока и взаимодействия с нейтральными частицами, от фонового распределения ионов,  $q_i = \alpha_i n_0^2$ . Полагая изменения концентрации  $\Delta n = n_i - n_0$  малыми по сравнению с  $n_0$ , получим решение:

$$\Delta n = - (1/2\alpha) [(f(z)/(\mu_0 H \Sigma_{\parallel}))j_z + (v_i/\omega_i) f(z) \text{div} \mathbf{v}_{n\perp} + (1/n_0)(\partial(n_0 \mathbf{v}_{n\perp})/\partial z) + f(z)(\text{rot} \mathbf{v}_{n\perp})].$$

Здесь  $f(z) \equiv (v_i/\omega_i)[1 + v_i^2/\omega_i^2]^{-1}$ ,  $\omega_i = eB/mc$  – гирочастота ионов,  $\Sigma_{\parallel}$  – интегральная проводимость Педерсена, которая на высотах E-области ионосферы может быть определена следующим образом:  $\Sigma_{\parallel} = (ec/B) \int n(z) f(z) dz$ . Численные значения величин, используемые в расчетах приняты следующими:  $\alpha = 2 \cdot 10^{-7}$  см<sup>3</sup>/с, максимальное значение  $f(z) = 0.5$ ,  $H = 0.5$  Э,  $\Sigma_{\parallel} = 1$  Мо.

Из решения уравнения видно, что наряду с эффектами продольных токов на распределение ионов будут также влиять дивергентные и вихревые движения нейтрального газа. Проанализируем действие первого и второго слагаемого в этом выражении.

На рис. 1 представлены результаты расчетов  $\Delta n$  для различных значений плотности продольного тока и дивергенции скорости нейтрального газа на высоте  $\sim 130$  км.

Видно, что при  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp}) = 0$ , возмущение концентрации заряженных частиц  $\Delta n$  определяется только направлением и величиной продольного тока, что совпадает с результатом (Ляцкая и др., 1978). Отрицательным величинам тока соответствуют положительные возмущения ( $\Delta n \sim 4 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup> при  $j_z = -0.15$  А/км<sup>2</sup>) и наоборот ( $\Delta n \sim -4 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup> при  $j_z = 0.15$  А/км<sup>2</sup>). Ситуация изменяется, если учесть наличие  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ . Отрицательные значения дивергенции горизонтальной составляющей нейтрального ветра приводят к положительным возмущениям и, следовательно, усиливают положительный эффект продольного тока. Так, если при  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp}) = 0$   $\Delta n \sim 4 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>, то при  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp}) = -2 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup>,  $\Delta n \sim 5 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>. Соответственно,  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp}) < 0$  может уменьшать эффект положительных продольных токов. Как было отмечено,  $j_z = 0.15$  А/км<sup>2</sup> вызывает возмущение  $\Delta n \sim -4 \cdot 10^4$  см<sup>-3</sup>, однако  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp}) = -3 \cdot 10^{-3}$  с<sup>-1</sup> полностью компенсирует этот эффект. И наоборот, положительные значения  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  могут компенсировать положительные возмущения от отрицательных продольных токов. Таким образом, если знаки  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  и  $j_z$  совпадают, то происходит усиление эффекта  $\Delta n$ , а при разных знаках  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  и  $j_z$  эффект обратный.

На рис. 2 представлены результаты расчетов  $\Delta n(z)$  при постоянной плотности тока  $j_z = -0.1$  А/км<sup>2</sup> и различных значениях  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  с учетом высотной зависимости частоты столкновений ионов с нейтралами вида:  $v_i = v_0 \exp\{-(z-z_0)/h\}$ . Значение  $v_0 = 3 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup> на высоте  $z_0 = 100$  км, которая выбрана в качестве нижней границы исследуемой области,  $h$  – шкала высот основных нейтральных составляющих  $\sim 5.5$  км (Фаткуллин и др., 1978). Видно, что в отсутствие движений нейтральных частиц, максимальный эффект наблюдается на высоте  $\sim 130$  км. При небольших величинах дивергенции как положительного,

так и отрицательного знака, происходит, соответственно, уменьшение или возрастание концентрации ионов при небольшом изменении высоты максимума эффекта  $\Delta n(z)$ . При сильном увеличении значения дивергенции положительного знака наблюдается значительное отрицательное возмущение. Изменения для  $\Delta n(z)$  имеют место, в основном, на высотах менее 130 км. Это связано с увеличением частоты столкновений для ионов и, следовательно, вклада  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  в сравнении с вкладом тока  $j_z$ , который определяется видом функции  $f(z)$ .

Эффект от  $d\mathbf{v}_{nz}/dz$  на конкретной высоте, например, на высоте максимума функции  $f(z)$  при  $n_0$  и  $d\mathbf{v}_{nz}/dz = \text{const}$ , полностью аналогичен  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ , а количественно в два раза больше. В этом случае, если  $d\mathbf{v}_{nz}/dz = \text{const}$  (возрастание/уменьшение  $\mathbf{v}_{nz}$ ), высотный профиль возмущения определяется видом производной  $d\mathbf{v}_{nz}/dz$ , а рисунок, как и для  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ , представляет собой прямые линии (рис. 1), поэтому этот случай мы здесь рассматривать не будем.

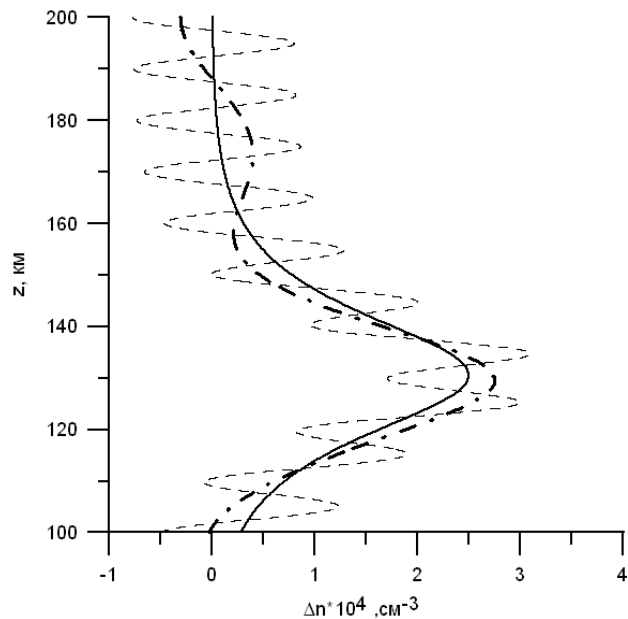
Представляется более интересным рассмотреть случай, когда  $d\mathbf{v}_{nz}/dz$  не является постоянной по высоте величиной.

На рис. 3 представлены результаты расчетов совместного действия продольного тока и дивергенции вертикальной скорости нейтрального газа для синусоидальной зависимости  $\mathbf{v}_{nz}$  от  $z$ , например:  $\mathbf{v}_{nz}(z) = A \sin(2\pi z/\lambda + \phi)$ , где  $A$  – амплитуда изменения  $\mathbf{v}_{nz}(z)$ , а  $\lambda$  – вертикальная длина волны,  $\phi$  – фаза волнового возмущения. Видно, что высотный профиль возмущения становится сильно изрезанным. Таким образом, в зависимости от амплитуды  $A$ , длины волны  $\lambda$  и фазы возможны различные вариации высотного распределения электронной концентрации.

Эффекты вариаций концентрации ионов от вихревых движений нейтрального газа для  $\text{rot } \mathbf{v}$ , не зависящего от высоты, подобны эффекту тока  $j_z$ , поскольку высотная зависимость вклада  $\text{rot } \mathbf{v}$  определяется, как и для тока, только функцией  $f(z)$ . Отметим, что, аналогично  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ ,  $\text{rot } \mathbf{v}$  в зависимости от знака также может ослаблять или усиливать эффекты продольного тока на высотах E-области ионосферы, без изменения формы высотного профиля возмущения.

Рис. 3. Зависимость возмущения от вида профиля вертикальной скорости при постоянной плотности тока.

Сплошная линия –  $\Delta n(z)$  при  $d\mathbf{v}_{nz}/dz = 0$ .  
Штриховая линия соответствует  $\lambda = 10$  км и  $A = 5$  м/с,  
штрихпунктирная –  $\lambda = 50$  км,  $A = 10$  м/с и  $\phi = 0$ .



### 3. Обсуждение

Как следует из приведенных результатов, на высотах E-области полярной ионосферы возможны различные ситуации возникновения возмущений заряженных частиц в присутствии продольного тока. Знак возмущения и его величина определяются значениями нейтрального ветра в атмосфере, их пространственной изменчивостью и величиной тока вдоль силовых линий геомагнитного поля.

Величины продольных токов измерялись многими исследователями, и эти результаты широко представлены в литературе (Ляцкий, Мальцев, 1983; Munsami et al., 2002; Papitashvili et al., 2002). В настоящее время можно с уверенностью сказать, что значения  $j_z$  лежат в пределах от  $0.1 \text{ А/км}^2$  для спокойных условий до  $1 \text{ А/км}^2$  во время геомагнитных возмущений. В вышеприведенных расчетах мы использовали значения  $\sim 0.1 \text{ А/км}^2$ , что соответствует малым возмущениям концентрации ионов ( $\sim 10\%$ ) на рассматриваемых высотах.

С величинами и пространственным распределением скоростей нейтрального газа ситуация не столь однозначна, как для токов. Имеющиеся экспериментальные данные довольно немногочисленны и в основном относятся к вертикальной скорости нейтрального ветра. Значения вертикальной скорости в невозмущенных и слабо возмущенных условиях составляют 10 – 20 м/с (*Greet et al.*, 2002; *Леонтьев*, 2004). Во время больших возмущений  $V_z$  может достигать значений  $\sim 50$  м/с (*Price et al.*, 1995) на рассматриваемых высотах.

Для оценки дивергенции горизонтальной скорости необходимо знать вариации ветра по широте и долготе, которые характеризуются нерегулярной структурой (*Cogger et al.*, 1985). Измерения показывают, что значения  $v_{n\perp}$  могут меняться от 20 м/с на масштабах по горизонтали  $\sim 100$  км (*Yamada et al.*, 2002) до нескольких сотен м/с на том же масштабе (*Богданов*, *Леонтьев*, 1995; *Леонтьев*, 2002). Такие изменения горизонтальной структуры нейтрального ветра соответствуют вариациям  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  от  $2 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  до  $2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Можно полагать, что значения  $\text{rot } \mathbf{v}$  будут лежать в этих же пределах, т.к. в уравнение входит только вертикальная составляющая  $\text{rot } \mathbf{v}$ , не зависящая от  $v_z$ . Основываясь на вышесказанном, видно, что представленные расчеты носят оценочный характер и не могут претендовать на количественное объяснение реальных ситуаций. Полученные нами оценки совпадают с экспериментальными величинами, представленными в работах (*Smith*, *Hernandez*, 1995; *Price et al.*, 1995).

Остановимся на физике процессов, которые возникают при взаимодействии ионов и нейтральных частиц в области E полярной ионосферы. Эффекты столкновений ионов с нейтральными частицами очень подробно были исследованы для среднеширотной области ионосферы и представлены в многочисленных публикациях. Теория, развитая для этих широт, получила название теории ветрового сдвига и довольно успешно объясняет возникновение спорадических E-слоев в средних широтах (*Гершман*, 1974). Однако данная теория не применима в полярной E-области ионосферы, поскольку для этой теории ключевым фактором является отклонение вектора геомагнитного поля от вертикали. В полученных нами результатах, наоборот, предполагается, что поле  $\mathbf{B}$  направлено вертикально. Поэтому механизм возникновения возмущений концентрации ионов за счет влияния движений нейтрального газа несколько иной.

Возмущение, вызванное дивергентными движениями нейтрального газа, соответствуют сгонке/разгонке ионов в горизонтальной плоскости, за счет увлечения ионов нейтральными частицами. Поэтому  $\Delta n(z)$  возрастает с увеличением  $v_i$ , т.е. с уменьшением высоты.

Неординарные случаи возникновения возмущения за счет взаимодействия нейтральных и заряженных частиц в средних широтах были рассмотрены в работах (*Кореньков*, *Демин*, 1980; *Игнатьев*, 1969). В первой из этих работ рассматривалось возникновение возмущения за счет ветра, не зависящего от высоты, во второй – возможные эффекты вихревых движений в формировании спорадических слоев в среднеширотной E-области. Подчеркнем, что результаты, полученные в этих работах, ограничены рамками теории ветрового сдвига. Кроме того, в работе (*Игнатьев*, 1969) рассматривался двумерный вихрь, расположенный в вертикальной плоскости, что необходимо для теории ветрового сдвига.

В данной работе рассматривается вихрь, расположенный в горизонтальной плоскости ( $x, y$ ). Возмущение за счет  $\text{rot } \mathbf{v}$  возникает следующим образом. На высотах более 130 км ионы замагничены и, следовательно, не могут активно двигаться поперек силовых линий геомагнитного поля за счет дрейфа  $[\mathbf{v}; \mathbf{B}]$  к центру вихря. С уменьшением высоты  $v_i$  возрастает, и соотношение  $v_i/\omega_i$  становится  $\sim 1$ . В этой области ионы могут участвовать в совместном движении вместе с нейтралами и одновременно дрейфовать поперек поля  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{v}_{n\perp}$ , обеспечивая сгонку или уменьшение концентрации заряженных частиц в центральной области вихря. С дальнейшим уменьшением высоты и увеличением  $v_i$  поперечные дрейфовые движения ионов становятся затруднительными из-за полного увлечения ионов нейтралами и, следовательно, возмущение концентрации ионов не возникает. Таким образом, максимальный эффект действия  $(\text{rot } \mathbf{v})_z$  достигается на высоте максимума функции  $f(z)$ , т.е. там, где  $v_i/\omega_i \sim 1$ . Подчеркнем различие между  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  и  $(\text{rot } \mathbf{v})_z$  в образовании возмущения  $\Delta n(z)$  на рассматриваемых высотах. В случае дивергенции ионы участвуют в одном движении с  $\mathbf{v}_{n\perp}$  за счет трения, поэтому эффект возмущения монотонно возрастает с уменьшением высоты. В присутствии вихря нейтрального газа ионы участвуют в двух видах движения: дрейфовом  $[\mathbf{v}; \mathbf{B}]$  и за счет трения  $m v_i(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n)$ , которые конкурируют между собой, поэтому имеет место высотная область, где эффект от  $\text{rot } \mathbf{v}$  достигает максимума.

#### 4. Заключение

В представленной работе показано, что для описания пространственно временных вариаций концентрации заряженных частиц на высотах E-области полярной ионосферы, необходимо учитывать в уравнении сохранения импульса заряженных частиц не только продольный ток, но и взаимодействия с нейтральной компонентой ионосферной плазмы.

Рассмотрены различные варианты стационарных решений системы уравнений, описывающих высотное распределение ионов. Для вытекающих и втекающих токов показано, что для малых изменений концентрации ионов динамические процессы в нейтральной атмосфере могут как ослаблять, вплоть до полной компенсации, так и усиливать эффекты тока.

Влияние движений нейтрального газа становится заметным при величинах  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$ ,  $d\mathbf{v}/dz$  и  $(\text{rot } \mathbf{v})_z \sim 1 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$ , которые могут реализовываться в нижней термосфере.

Показано, что эффект  $\text{div}(\mathbf{v}_{n\perp})$  возрастает с уменьшением высоты, а влияние  $d\mathbf{v}/dz$  и  $(\text{rot } \mathbf{v})_z$  в зависимости от высоты определяется видом функции  $f(z)$ , при постоянных значениях  $d\mathbf{v}/dz$  и  $(\text{rot } \mathbf{v})_z$ .

В случае, когда  $d\mathbf{v}/dz$  зависит от высоты по синусоидальному закону, высотный профиль возмущения имеет более сложную форму, определяемую соотношением параметров продольного тока и нейтрального ветра.

## Литература

- Cogger L.L., Murphree J.S., Tepley C.A., Meriwether J.W.** Measurements of the E-region neutral wind field. *Planet. Space Science*, v.33, N 4, p.373, 1985.
- Greet P.A., Innis J.L., Dyson P.L.** Thermospheric vertical winds in the auroral oval/polar cap region. *Ann. Geophys.*, v.20, p.1987-2001, 2002.
- Munsami V., Pinnok M., Rodger A.S.** HF radar observation of field-aligned current associated with quiet time transient flow burst in the magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, v.107, N 9, p.SMP8/1-SMP8/10, 2002.
- Papitashvili V.O., Christiansen F., Neubert T.** A new model of field-aligned currents derived from high-precision satellite magnetic field data. *Geophys. Res. Lett.*, v.29, N 14, p.28/1-28/4, 2002.
- Potemra T.A., Iijima T., Saffelos N.A.** Large-scale characteristics of Birkeland currents. *In: Dynamics of the magnetosphere. Ed. by S.-I. Akasofh. Dordrecht: D. Reidel Publ. Co.*, p.165-199, 1979.
- Price G.D., Smith R.W., Hernandez G.** Simultaneous measurements of large vertical winds in the upper and lower thermosphere. *J. Atmos. Terr. Phys.*, v.57, N 6, p.631-643, 1995.
- Smith R.W., Hernandez G.** Vertical winds in the thermosphere within the polar cap. *J. Atmos. Terr. Phys.*, v.57, N 6, p.611-620, 1995.
- Yamada Y., Nakamura T., Morita S.** Horizontal structure of wind velocity field around the mesopause region derived from meteor observations. *J. Atmos. and Sol.-Terr. Phys.*, v.64, N 8-10, p.947-958, 2002.
- Богданов Н.Н., Леонтьев С.В.** Меридиональные ветры в вечерне-полуночном секторе аврорального овала. *Геомагн. аэронаомия*, т.35, № 6, с.158-161, 1995.
- Брюнелли Б.Е., Намгаладзе А.А.** Физика ионосферы. *М., Наука*, с.527, 1988.
- Гершман Б.Н.** Динамика ионосферной плазмы. *М., Наука*, с.256, 1974.
- Игнатьев Ю.А.** О формировании спорадического слоя E при вихревых течениях газа. *Геомагнетизм и аэронаомия*, т.9, № 6, с.1096-1098, 1969.
- Кореньков Ю.Н., Деминов М.Г.** Перераспределение электронной концентрации в области E среднеширотной ионосферы под действием стационарной однородной ветровой системы. *Геомагнетизм и аэронаомия*, т.20, № 3, с.430-433, 1980.
- Кукушкина Р.С., Ляцкая А.М.** Влияние продольных токов на ионосферу авроральной зоны. *Геомагн. аэронаомия*, т.21, № 3, с.548-552, 1981.
- Леонтьев С.В.** Вертикальная скорость нейтрального ветра вблизи дуг полярных сияний. *Геом. аэронаомия*, т.42, № 4, с.216-220, 2004.
- Леонтьев С.В.** Измерение скорости нейтрального ветра в E-области авроральной зоны. *Геом. аэронаомия*, т.42, № 4, с.529-534, 2002.
- Ляцкая А.М., Ляцкий В.Б., Мальцев Ю.П.** Влияние продольных токов на профиль электронной концентрации. *Геомагнетизм и аэронаомия*, т.8, № 2, с.229-234, 1978.
- Ляцкий В.Б., Мальцев Ю.П.** Магнитосферно-ионосферное взаимодействие. *М., Наука*, 192 с., 1983.
- Фаткулин М.Н., Козлов В.К., Рудина М.П., Гордиенко Г.И., Докучаева А.В.** Модели высотного распределения частот соударений заряженных частиц и других физических параметров ионосферной плазмы. *Ионосферные исслед.*, № 25, с.16-51, 1978.