

УДК [656.61.052.1 : 527.6] : 629.5.072.1

Генерации случайного процесса нерегулярного морского волнения для моделирования поведения объекта на якорной связи

С.В. Пашенцев

Судоводительский факультет МА МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. Представлен алгоритм программной генерации поперечного усилия и вращающего момента, которые вызваны нерегулярным морским волнением. Алгоритм использует спектральные плотности указанных силовых характеристик и каноническое разложение случайного процесса по тригонометрическим функциям.

Abstract. The algorithm of programme generation of transverse effort and rotating moment caused by irregular sea wave has been presented in the paper. The algorithm uses spectrum densities of the given power features and canonical decomposition of the casual process on trigonometric functions.

Ключевые слова: моделирование, спектральная плотность, генерация случайного процесса
Key words: modelling, spectrum density, generation of random process

1. Введение

В ряду основных методов моделирования стационарных случайных процессов с заданными спектральными свойствами стоят канонические разложения и формирующие фильтры (Гладких, 2010). Они различаются как сложностью подготовительных расчетов, так и свойствами моделирующих алгоритмов. Каноническое разложение по гармоническим функциям требует больших вычислительных затрат, которые увеличиваются пропорционально квадрату длины требуемой непериодической реализации процесса. Метод формирующего фильтра позволяет экономить машинные ресурсы и получать реализации любой длительности, заранее неопределенной. Поэтому, когда заданная спектральная плотность мощности задана дробно рациональной функцией, следует использовать рекурсивные формирующие фильтры. Если заданная спектральная плотность мощности не является дробно рациональной функцией, можно использовать методы разложения спектральной плотности мощности в ряд Фурье. Именно этот способ применяется в данной работе, учитывая последующее использование результата в виде генерируемых внешних воздействий на судно от нерегулярного волнения для заданного момента времени. Эти сгенерированные воздействия, в свою очередь, используются при численном интегрировании уравнений движения морского объекта на нерегулярном морском волнении.

2. Поперечная сила и вращающий момент, вызванные волнением

При компьютерном моделировании процесса перемещения объекта, находящегося на якорной связи, возникает необходимость генерировать в реальном масштабе времени изменения силовых воздействий, вызванных морским волнением нерегулярного характера. При этом известна та или иная спектральная плотность волновой ординаты $S_{\zeta}(\omega)$. Задача состоит в генерации случайных временных процессов стационарного и эргодического характера для поперечного усилия $Y(t)$ и вращающего момента $M(t)$ с использованием функции плотности $S_{\zeta}(\omega)$.

Первым шагом в решении поставленной задачи является нахождение спектральных плотностей этих процессов $S_Y(\omega)$ и $S_M(\omega)$ при известной (заданной) спектральной плотности волновых ординат $S_{\zeta}(\omega)$. Для этого, пользуясь языком теории автоматического управления, вводят понятие передаточных функций от ординаты волнения моря ζ_w к поперечному усилию и вращающему моменту. Они базируются на известных выражениях для Y_w M_w (Войткунский, 1985):

$$\begin{aligned} Y_w &= \rho g V \cdot k \zeta_w \chi_y \cdot \sin(\beta_w) \cdot \cos(\omega_w t); \\ M_w &= g I_{zz} \cdot \chi_m k^2 \zeta_w \cdot \sin(\beta_w) \cdot \sin(\omega_w t). \end{aligned} \quad (1)$$

В них входят поправочные коэффициенты χ_y и χ_m , которые для условно неподвижного судна, находящегося на якорной стоянке, можно выразить с помощью формул:

$$\begin{aligned} \chi_y &= \chi_{kp1}(1 + k_{22})e^{-kz_c}; \\ \chi_m &= \chi_{kp2}(1 + k_{66})e^{-kz_c} \cdot \cos(\beta_w). \end{aligned} \quad (2)$$

Коэффициенты А.Н. Крылова χ_{kp1} и χ_{kp2} обычно находят с помощью выражений, аппроксимирующих их как функции комбинированного аргумента $\mu = k|\cos(\beta_w)|$, в который через параметр формы $k = 2\pi/\lambda$ входит длина волны λ и угол β_w волнового дрейфа (отсчет от носа судна к корме).

$$\chi_{kp1} = 2/V \int_{-L/2}^{L/2} \omega(x) \cos(\mu x) \frac{I_1 \left[\mu \sqrt{\frac{\omega(x)}{\pi}} \right]}{\mu \sqrt{\frac{\omega(x)}{\pi}}} dx ; \tag{3}$$

$$\chi_{kp2} = 0.2/VL^2 \int_{-L/2}^{L/2} x \omega(x) \frac{\sin(\mu x)}{\mu} \frac{I_1 \left[\mu \sqrt{\frac{\omega(x)}{\pi}} \right]}{\mu \sqrt{\frac{\omega(x)}{\pi}}} dx .$$

Здесь мы поступим по-другому и найдем эти коэффициенты с помощью интегралов А.Н. Крылова (3), в которые входит зависимость площади поперечного сечения подводной части судна ω от продольной координаты x .

Например, для танкера "Саратов" эта зависимость в виде полинома (4) построена с помощью системы MathCad и выглядит следующим образом:

$$\omega(x) = 233 - 0.194x - 7.842 \cdot 10^{-3}x^2 + 6.041 \cdot 10^{-4}x^3 - 6.746 \cdot 10^{-6}x^4 - 1.046 \cdot 10^{-7}x^5. \tag{4}$$

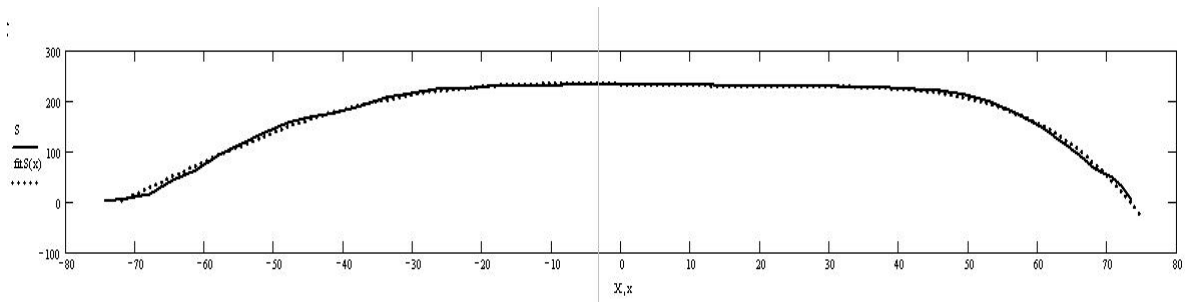


Рис. 1. Результаты аппроксимации площади шпангоутов вдоль ДП судна

График рис. 1 демонстрирует хорошее совпадение результата аппроксимации (точечная кривая) с исходными данными, которые он приближает.

Для глубокой воды параметр формы волны k выражается через частоту волны ω с помощью соотношения $k = \omega^2/g$. Тогда окончательно выражения для поперечного усилия и вращающего момента можно записать в виде:

$$Y_w = \rho g V \zeta_w 2\pi \frac{\omega^2}{g} \chi_{kp1} \left[\frac{\omega^2}{g} \cos(\beta_w) \right] \cdot (1+k_{22}) \cdot e^{-\frac{\omega^2}{g} z_c} \cdot \sin(\beta_w) \cos(\omega t); \tag{5}$$

$$M_w = g I_z \zeta_w 2\pi \frac{\omega^4}{g^2} \chi_{kp2} \left[\frac{\omega^2}{g} \cos(\beta_w) \right] \cdot (1+k_{66}) \cdot e^{-\frac{\omega^2}{g} z_c} \cdot \cos(\beta_w) \sin(\beta_w) \cos(\omega t).$$

Соотношения (5) разделим на зависящие от характеристик судна комбинации параметров $\rho g V \cdot 2\pi(1+k_{22})$ и $g I_z 2\pi(1+k_{66})$, соответственно, и получим приведенные значения амплитуд усилия и момента:

$$\tilde{Y}_w = \zeta_w \frac{\omega^2}{g} \chi_{kp1} \left[\frac{\omega^2}{g} \cos(\beta_w) \right] \cdot e^{-\frac{\omega^2}{g} z_c} \cdot \sin(\beta_w); \tag{6}$$

$$\tilde{M}_w = \zeta_w \frac{\omega^4}{g^2} \chi_{kp2} \left[\frac{\omega^2}{g} \cos(\beta_w) \right] \cdot e^{-\frac{\omega^2}{g} z_c} \cdot \cos(\beta_w) \sin(\beta_w).$$

3. Учет нерегулярности волнения

Приведенные значения "почти" не зависят от параметров самого судна кроме координаты z_c центра величины подводной части судового корпуса. Для этих приведенных амплитуд мы и будем строить спектральные плотности мощности. Для этого введем передаточные функции от амплитуды ординаты волнения к поперечному усилию и моменту: $W_{Y\zeta} = (\tilde{Y}_w / \zeta_w)$ и $W_{M\zeta} = (\tilde{M}_w / \zeta_w)$. Следовательно, при заданной функции спектральной плотности волновой ординаты $S_\zeta(\omega)$ спектры поперечного усилия и момента будут иметь вид:

$$\begin{aligned} S_Y(\omega) &= |W_{Y\zeta}|^2 \cdot S_\zeta(\omega); \\ S_M(\omega) &= |W_{M\zeta}|^2 \cdot S_\zeta(\omega). \end{aligned} \tag{7}$$

Дальнейшие расчеты зависят от выбора функции спектральной плотности $S_{\zeta}(\omega)$ морского волнения. Есть несколько возможностей такого выбора, например, можно взять спектр Пирсона-Московица $SPM_{\zeta}(\omega)$ или спектр JONSWAP $SJS_{\zeta}(\omega)$ (Joint North Sea Wave Project). Эти спектры выглядят следующим образом:

$$\text{Пирсон-Московиц} \quad M_{\zeta}(\omega) = 7,06\pi \frac{D_r}{\omega} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^5 \exp\left[-1,25\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^4\right], \quad (8)$$

$$\text{JONSWAP} \quad SJS_{\zeta}(\omega) = 7,04 \frac{m_0}{\omega} \left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^5 \exp\left[-1,25\left(\frac{\omega_m}{\omega}\right)^4\right] \cdot \gamma^{\left[\frac{(\omega-\omega_m)^2}{2\sigma^2\omega^2}\right]}. \quad (9)$$

В спектр JONSWAP (JS) входят два параметра, которые позволяют модифицировать спектр Пирсона-Московица (PM). Параметр γ характеризует превышение максимума спектра JS над максимумом спектра PM (обычно он выбирается равным 2). Параметр σ характеризует ширину участка спектра JS, превосходящего по величине спектр PM. Он обычно выбирается так:

$$\begin{aligned} \sigma &= 0,07 \text{ при } \omega < \omega_m; \\ \sigma &= 0,09 \text{ при } \omega \geq \omega_m. \end{aligned} \quad (10)$$

Остальные параметры в спектрах традиционны: $\bar{\omega}$ – средняя частота волнения; ω_m – максимальная частота; m_0 – параметр, выбираемый так, чтобы $\int SJS(\omega)d\omega = HS^2/16$; HS – значительная высота волны, иначе $h_{1/3}$.

Все эти величины можно выразить через одну характеристику интенсивности волнения, например, через высоту волны 3%-ной обеспеченности $h_{3\%}$.

$$\bar{\omega} = 1.904/\sqrt{h_3}, \quad \omega_m = 1.424/\sqrt{h_3}, \quad HS = 0.755h_3. \quad (11)$$

Далее вычисления производятся для спектра PM в среде MathCad, их результаты представлены в графической форме для высоты волны $h_{3\%} = 3$ м и ряда значений углов волнового дрейфа $\beta_w = 30, 45, 55, 70$ и 85 градусов. На графиках рис. 2, 3 приведены спектральное представление СКО (среднего квадратического отклонения) поперечного усилия (кН) и вращающего момента (кНм). Для кормовых углов дрейфа отдельные графики не приводятся. Дело в том, что при движении объекта на якорной связи можно пренебречь скоростью перемещения объекта и считать, что кажущаяся и фактическая скорости волны совпадают.

4. Генерация поперечного усилия и момента

Полученные спектральные характеристики усилия и момента используем теперь для генерации их значений, как функций времени. Как было сказано во введении, сделаем это с помощью канонического разложения случайного процесса по тригонометрическим функциям, которое и называется спектральным:

$$Y(t) = \sum [U_k \cos(\omega_k t) + V_k \sin(\omega_k t)]. \quad (12)$$

В нашем случае кормовые углы волнового дрейфа приводят к значениям поперечного усилия симметричным, а значения момента ассиметричным относительно миделя объекта. Поэтому графики для углов набегания волны 150, 135, 125, 110 и 105 градусов будут повторять графики рис. 2-3 для усилия Y , и отличаться знаком для момента M . При этом сам объект предполагается симметричным относительно плоскости миделя. Для других видов спектров, например, JONSWAP, изменится только спектральная функция, все остальные вычисления сохраняются.

Амплитудные величины U_k и V_k – случайные некоррелированные величины, с одинаковой дисперсией D_k , равной дисперсии Y на частоте ω_k . Разложение (12) можно представить в другой форме

$$Y(t) = \sum [U_k \cos(\omega_k t + \varepsilon_k)], \quad (13)$$

где ε_k – случайная фаза k -ой гармоники, равномерно распределенная в интервале $(0, 2\pi)$. Теоретически, для идеальной случайности процесса следует брать бесконечное количество гармоник. При практической реализации мы оставляем определенное число гармоник исходя из прагматических соображений либо скорости генерации, либо объема потребной памяти компьютера. При этом процесс перестает быть случайным, становится псевдослучайным, в нем появляется периодичность. Величина периода повторения определяется самой первой гармоникой разложений (12) или (13). Если диапазон частот $D\Omega$, для которых мы построили дисперсионную характеристику, разделить на M подинтервалов, то дискретность в области частот будет равна $\Delta\omega = D\Omega/M$. Тогда частоту первой гармоники можно взять равной $\Delta\omega$. Это означает, что период повторения сгенерированного процесса будет равен $T_0 = 2\pi/\Delta\omega = 2\pi M/D\Omega$. Например, если согласно графикам рис. 2-3 взять $D\Omega = 3 \text{ с}^{-1}$, и выбрать $M=30$, то $T_0 = 62.8$ сек, т.е. примерно 1 мин. При $M=50$ этот период будет равен примерно 105 сек., но "платой" за это будет увеличение потребных ресурсов при генерации.

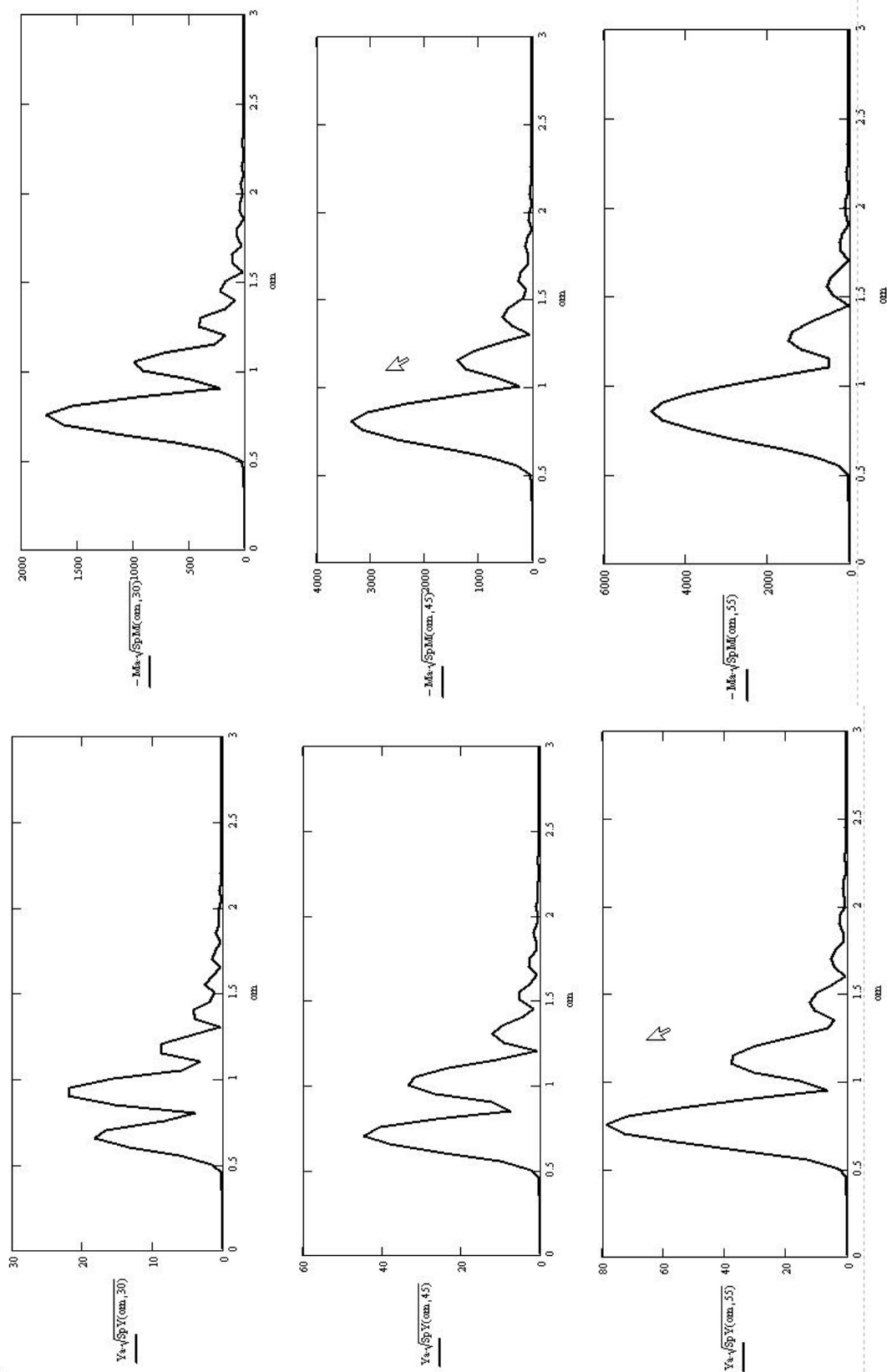


Рис. 2. СКО поперечного усилия и момента для направлений волнения 30, 45 и 55 градусов

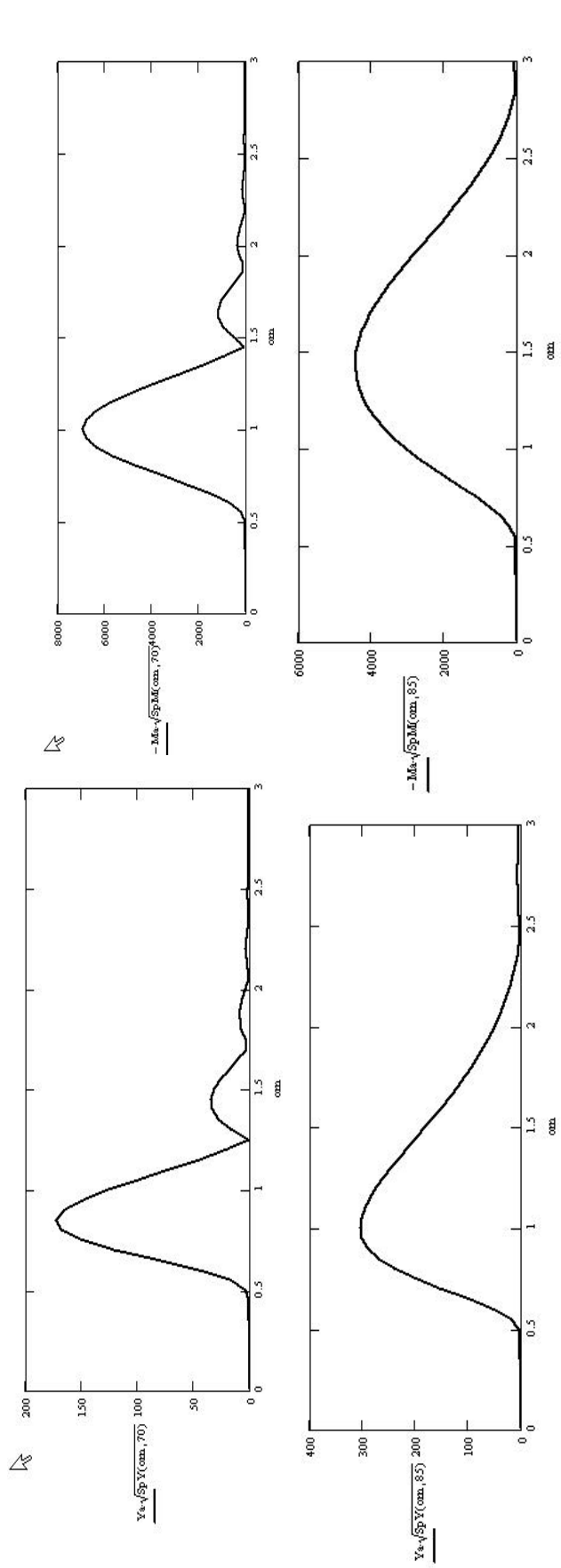


Рис. 3. СКО поперечного усилия и момента для направлений волнения 70 и 85 градусов

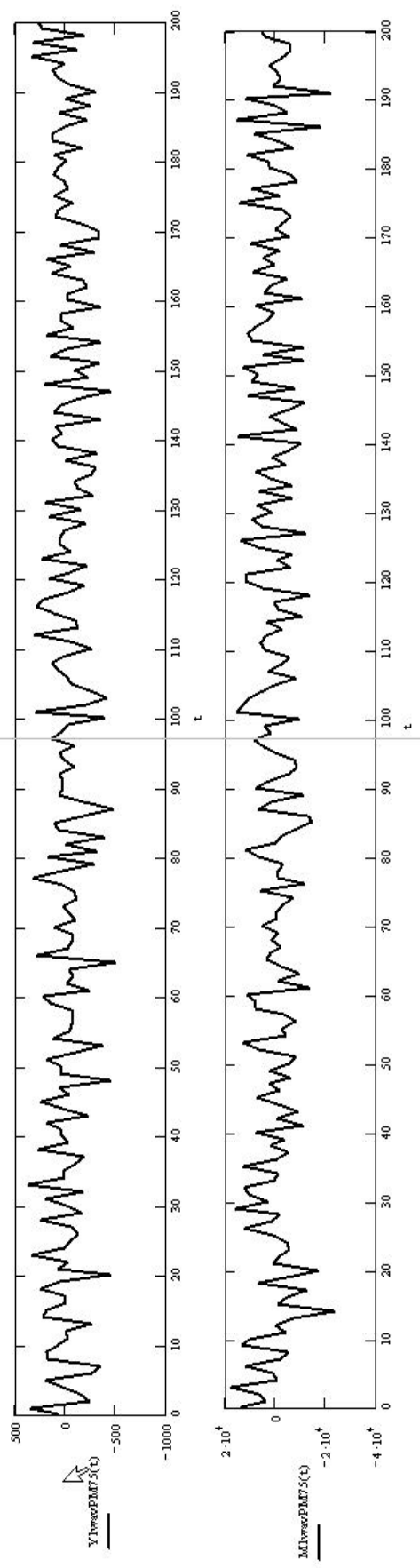


Рис. 4. Сгенерированные поперечное усилие (кН) и вращающий момент (кНм) для угла волнения $\beta_w = 75^\circ$

Будем пользоваться при генерации выражением (13), поэтому для реализации нам понадобятся значения амплитуд U_k фаз ϵ_k . Поскольку случайная фаза распределена равномерно в интервале $(0, 2\pi)$, то $\epsilon_k = 2\pi \text{rnd}(1)$, где $\text{rnd}()$ – встроенная в язык программирования функция, которая генерирует псевдослучайные числа в интервале $(0, 1)$. В разных языках программирования она может иметь разное наименование, здесь дано ее имя в языке VB6. Случайную амплитуду генерируем следующим образом. Берем спектральную плотность той силовой характеристики, которую мы генерируем, например, это $\text{Sp}Y(\omega, \beta_w)$ при генерации поперечного усилия Y . Дисперсию для частоты ω_k берем равной $D_k = \text{Sp}Y(\omega_k, \beta_w)\Delta\omega$ и извлекаем из нее квадратный корень для получения среднего квадратического отклонения (СКО) $\sigma_k = [\text{Sp}Y(\omega_k, \beta_w)\Delta\omega]^{0.5}$. Это значение умножаем на амплитуду поперечного усилия $Y_a = \rho g V \cdot 2\pi(1+k_{22})$. Для получения случайного значения Y на данной частоте умножаем на величину $2\sqrt{3} \cdot \text{rnd}(1)$, где множитель $2\sqrt{3}$ вводится вследствие того, что случайные числа, равномерно распределенные на интервале $(0, 1)$ имеют обратное этой величине СКО $1/(2\sqrt{3})$. Все это приводит к окончательной формуле для генерации $Y(t)$:

$$Y(t) = \sum_1^M \{2\sqrt{3} \text{rnd}(1) \cdot Y_a [\text{Sp}Y(\omega_k, \beta_w)\Delta\omega]^{0.5} \cdot \cos(\omega_k t + 2\pi \text{rnd}(1))\}. \quad (14)$$

Аналогичная формула генерирует момент $M(t)$:

$$M(t) = \sum_1^M \{2\sqrt{3} \text{rnd}(1) \cdot M_a [\text{Sp}M(\omega_k, \beta_w)\Delta\omega]^{0.5} \cdot \sin(\omega_k t + 2\pi \text{rnd}(1))\}. \quad (15)$$

В ней учтено, что фаза момента M на 90° отличается от фазы поперечного усилия Y . Сгенерированные значения $Y(t)$ и $M(t)$ для угла набегания волны 75° приведены на рис. 4 для временного отрезка $(0, 200)$ сек., хорошо виден их нерегулярный характер.

Подсчитаем объем необходимых вычислений при такой генерации. Для каждого момента времени t необходимо сгенерировать только $2M$ случайных чисел с помощью встроенной в язык процедуры $\text{rnd}()$. Значения спектральной плотности для $k = 1, \dots, M$ можно вычислить заранее для выбранного угла набегания волны и запомнить в некотором массиве masSp , не вычисляя их снова в процессе генерации. Учитывая, что при интегрировании системы уравнений движения объекта в одном цикле нужно генерировать только по одному значению Y и M , то алгоритм явно не является ресурсоемким как по затратам памяти, так и по требуемому быстродействию. Однако, при использовании алгоритма в процессе интегрирования уравнений движения объекта следует учесть, что угол набегания волны динамически изменяется. Поэтому следует иметь значения спектральных плотностей в виде массивов masSp для некоторого набора углов β_w . Это позволит производить интерполяцию между элементами массивов при изменении угла набегания волны.

5. Заключение

Предложенный алгоритм может быть использован при интегрировании уравнений движения судна, находящегося на якорной стоянке, в процессе компьютерного моделирования перемещений под действием нерегулярного морского волнения.

Литература

- Войткунский Я.И. Справочник по теории корабля. В 3 т. Л., Судостроение, т.1, с.762, 1985.
 Гладких Е.А. Разработка алгоритмов и комплекса программ для моделирования нерегулярного морского волнения. Автореф. ... канд. диссерт., УГТУ, с.21, 2010.