УДК 681.518

Построение прогнозирующих моделей систем управления теплоэнергетическими объектами

А.М. Прохоренков[1], Н.М. Качала[2]

[1] *Политехнический факультет МГТУ, кафедра автоматики и вычислительной техники*

[2] *Экономический факультет МГТУ, кафедра информационных систем и прикладной математики*

Аннотация. Рассматриваются вопросы построения и анализа прогнозирующей модели для обеспечения безопасной работы системы управления объектом. В качестве примера рассмотрена система управления уровнем питательной воды в паровом барабанном котле. Показано, что метод экспоненциального сглаживания дает возможность получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения.

Abstract. Design and analysis of a forecasting model for safe operation of control system of an object have been considered. As an example the control system of supply water level in a stream drum boiler has been described. It has been shown that the method of exponential smoothing gives ability to estimate trend parameters characterizing not an averaged process level but a tendency taking place at a moment of the last observation.

Ключевые слова: система управления, прогнозирующая модель, экспоненциальное сглаживание

Key word: control system, forecasting model, exponential smoothing

1. Введение

Для решения проблем, связанных с недостаточностью априорной информации об объекте, наличием влияющих друг на друга параметров процесса, а также с изменением технологических характеристик объекта в условиях функционирования и большим временем запаздывания, используются методы управления с прогнозирующими моделями – Model Predictive Control (MPC) (*Гудвин и др.*, 2004). Этот подход характеризуется высокими адаптивными свойствами разработанных систем управления.

Модель может быть построена на основе использования физических законов или быть эмпирической. В первом случае математическая модель (1) и прогнозирующая модель (2), представляют собой систему дифференциальных уравнений вида

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathrm{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathrm{u}(t)), \ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \tag{1}$$

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathrm{f}}(t, \bar{\mathbf{x}}(t), \bar{\mathrm{u}}(t)), \ \bar{\mathbf{x}}\big|_{\tau = t} = \mathbf{x}(t), \tag{2}$$

где $\mathbf{x} \in \mathbf{E}^n$, $\bar{\mathbf{x}} \in \mathbf{E}^n$ – вектора состояний объекта и модели, $\mathbf{u} \in \mathbf{E}^m$, $\bar{\mathbf{u}} \in \mathbf{E}^m$ – вектора управления, $t \in [0, \infty)$ и $\tau \in [0, \infty)$. Начальными условиями для модели служит текущее состояние объекта.

Эмпирические модели разрабатываются на основе текущих данных о процессах. В силу этого можно предположить, что они являются более точными. Такие модели представляют собой модели с конечной импульсной характеристикой (КИХ) или модели авторегрессии и скользящего среднего (АРСС) (*Прохоренков и др.*, 1992; *Лукашин*, 2003).

Модели АРСС прогнозируют будущее состояние выходов на основании измеренных прошлых значений управляемых величин и измеренных переменных внешних воздействий в прямом канале управления и позволяют учесть стохастических характер представляющих интерес параметров. Прогнозирующая модель для одномерного объекта управления имеет следующий вид:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{p} c_i y(k-i) + \sum_{j=1}^{q} d_j u(k-j) + \varepsilon(k), \tag{3}$$

где $y(k)$ – значение управляемой величины в k-й момент времени и $u(k)$ – управление, $\varepsilon(k)$ – последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; c_i – параметры авторегрессии; d_j – параметры скользящего среднего. Частными случаями АРСС(p, q)-процессов является процесс АР(p) авторегрессии порядка p и процесс скользящего среднего СС(q) порядка q.

2. Свойства объекта управления

Котел как объект управления представляет собой сложную динамическую систему с несколькими взаимосвязанными входными и выходными величинами. Однако явно выраженная направленность отдельных участков по основным каналам регулирования позволяет осуществить стабилизацию регулируемых величин с помощью независимых одноконтурных систем, связанных через объект управления. При этом регулирующее воздействие того или иного участка служит основным способом стабилизации его выходной величины, а другие воздействия являются по отношению к этому участку внутренними или внешними возмущениями.

Динамические свойства котла как объекта регулирования уровня воды в барабане котла описываются уравнением материального баланса:

$$\frac{d}{dt}\left(\rho_{\text{в}} V_{\text{в}} + \rho_{\text{п}} V_{\text{п}}\right) = G_{\text{пв}} - G_{\text{пп}}, \tag{4}$$

где $\rho_{\text{в}}$, $V_{\text{в}}$ – плотность и объем воды, $\rho_{\text{п}}$, $V_{\text{п}}$ – плотность и объем насыщенного пара, $G_{\text{пв}}$, $G_{\text{пп}}$ – расходы воды и пара соответственно. Из (4) следует, что при принятых допущениях уровень воды в барабане парового котла есть интеграл от материального баланса ($G_{\text{пв}} - G_{\text{пп}}$). В этом случае расход пара является возмущением, а расход воды – управляющим воздействием.

В общем случае уравнение (4) более сложное, так как плотности воды и пара зависят от температуры воды и давления пара в котле. Кроме того, в барабане котла регулируется уровень двухфазной среды (смесь пара и воды), плотность которой меньше плотности воды. Это приводит к тому, что отклонение уровня в переходных режимах может не соответствовать знаку математического небаланса. Поскольку практически невозможно учесть в модели все особенности физических и технологических процессов, то синтез регуляторов выполняется по упрощенной модели объекта (*Прохоренков и др.*, 1992).

Поддержание уровня воды в барабане парового котла в допустимых пределах является одной из главных задач обеспечения безопасной работы котлоагрегата. Поэтому актуальным является обеспечение закона регулирования в соответствии с текущей динамической моделью процесса и прогнозируемых значений регулируемой величины.

3. Идентификация структуры модели технологических процессов систем теплоснабжения

В системах управления технологическими процессами управляемая величина y зависит от множества случайных параметров различной природы: x_1, x_2,…, x_p. В силу этого наблюдаемые переменные нельзя описать классической нормальной линейной моделью наблюдений:

$$y_t = \varphi_1 x_{1t} + \varphi_2 x_{2t} + \ldots + \varphi_p x_{pt} + \varepsilon_t,\; t = 1, 2, \ldots, n,$$

в которой предполагается, что значения независимых переменных x_{1t}, x_{2t},…, x_{pt} – фиксированы, а случайные составляющие ε_1, ε_2, …, ε_n ("ошибки") являются независимыми случайными величинами, имеющими одинаковое нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией.

Измерение таких параметров, как температура, давление и расход пара, воды или топлива, а также уровень воды в барабане котла производится непрерывно. Однако при обработке их в цифровых системах контроля и управления используются значения, которые соответствуют дискретному множеству моментов времени, поэтому последовательность наблюдений одно и того же параметра можно рассматривать как временной ряд. На основании анализа свойств временного ряда можно сделать выводы о свойствах наблюдаемого случайного процесса. Чтобы сделать задачу статистического анализа временных рядов доступной для практического решения, обычно ограничивают класс рассматриваемых моделей временных рядов, вводя некие предположения относительно структуры ряда и структуры его вероятностных характеристик (*Андерсон*, 1976).

С целью выбора классов моделей для описания тенденций изменения технологических параметров были проанализированы и обработаны в пакете статистических программ Statgraphics 5.1 временные ряды, полученные как результаты измерений технологических параметров системы теплоснабжения. По итогам анализа автокорреляционных и частных автокорреляционных функций временных рядов, а также проверки рядов остатков с использованием тестов на случайность, был сделан вывод о возможности описания каждого из исследуемых случайных процессов несколькими альтернативными моделями. Наряду с этим, проведенный анализ показал, что для технологических процессов нельзя однозначно определить модель для прогноза. Это объясняется тем, что исследуемые временные ряды соответствуют различным эксплуатационным режимам объектов (пуск, останов, изменение нагрузки в течение суток и года), а также стохастической природой наблюдаемых процессов.

Учитывая тот факт, что имеются сезонное, месячное, а также суточное колебания теплопотребления пользователями, возникает необходимость оперативного управления производством и транспортированием тепловой энергии. Изменение нагрузки системы теплоснабжения следует рассматривать как случайный нестационарный процесс. Только в отдельных случаях изменение нагрузки может рассматриваться как стационарный процесс в широком смысле.

В этих условиях целесообразно выбрать методы прогнозирования, которые удовлетворяли бы следующим требованиям:

1. возможность корректировки модели в процессе оперативного прогнозирования;
2. возможность вычисления прогноза в реальном масштабе времени;
3. несложный вычислительный алгоритм;
4. минимально возможное число параметров модели, подлежащих оценке по наблюдениям временного ряда.

Проведенный анализ методов прогнозирования показал, что преимущество некоторых методов определяются в основном временными характеристиками программ и точностью прогнозов. Так как экспоненциальное сглаживание и метод авторегрессии для одномерных процессов сводятся один к другому, и можно найти соответствующие соотношения между дисперсией шума разных моделей (*Бокс, Дженкинс*, 1974). Поэтому точность этих методик вряд ли будет значительно отличаться. С точки зрения простоты реализации и времени расчёта, на первое место следует поставить метод экспоненциального сглаживания, а затем модели авторегрессии.

С учетом предъявленных требований к методам прогнозирования и, исходя из результатов анализа, предлагается выбрать метод, основанный на алгоритме экспоненциального сглаживания. Сущность метода экспоненциального сглаживания заключается в том, что временной ряд сглаживается с помощью взвешенной скользящей средней, в которой веса подчиняются экспоненциальному закону (*Brown*, 1963; *Лукашин*, 2003; *Боровиков*, 2001).

4. Постановка задачи прогноза

Сформулируем задачу прогноза: необходимо по данным ряда y_t (t=1, 2, …, n) составить прогноз на моменты времени $t = n + \tau$, (τ =1,2,…, Θ) путем взвешивания наблюдений ряда y_t таким образом, чтобы последним наблюдениям придавались большие веса, чем более ранним.

Для решения задачи прогнозирования методом экспоненциального сглаживания предполагается, что исходный временной ряд содержит случайную компоненту (ε_t) и детерминированную компоненту, и может быть описан полиномом p-й степени

$$y_t = a_0 + a_1 t + \frac{a_2 t^2}{2!} + \ldots + \frac{a_p t^p}{p!} + \varepsilon_t = \sum_{i=0}^{p} \frac{a_i t^i}{i!} + \varepsilon_t \,. \tag{5}$$

Экспоненциальная средняя k-го порядка для ряда y_t имеет вид

$$S_t^{[k]} = \alpha \sum_{i=0}^{n} (1-\alpha)^i S_{t-i}^{[k-1]} \,, \tag{6}$$

где α – параметр (коэффициент) сглаживания ($0 < \alpha < 1$).

5. Исследование метода экспоненциального сглаживания

Использование модели экспоненциального сглаживания предполагает решение четырех задач:

1. выбор степени прогнозирующего полинома (5);
2. выбор параметра сглаживания α;
3. выбор начального уровня сглаживания;
4. выбор начального момента сглаживания (длины базы сглаживания или прогноза).

В настоящее время ответ на поставленные вопросы основан на экспериментальных данных и осуществляется для каждого временного ряда индивидуально.

Наблюдаемые в системе теплоснабжения временные ряды можно разбить на два класса процессов:

процессы, в которых значение регулируемой величины должно поддерживаться постоянным независимо от теплопотребления (например, давление в главной паровой магистрали, уровень в барабане парового котла);

процессы, в которых значение регулируемой величины зависит от теплопотребления (расход пара, расход воды, температура горячей воды).

Процессам первого класса соответствует модель временного ряда

$$y_t = a_{0,t} + \varepsilon_t \,, \qquad \ldots (7)$$

где $a_{0,t}$ – варьирующий во времени средний уровень ряда, ε_t – случайные неавтокоррелированные отклонения ε_t с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2. Прогнозная модель определяется равенством:

$$\hat{y}_{t+\tau} = \hat{a}_{0,t} \,, \qquad (8)$$

где $\hat{y}_{t+\tau}$ – прогноз, сделанный в момент t на τ единиц времени (шагов) вперед; $\hat{a}_{0,t}$ – оценка $a_{0,t}$. Единственный параметр модели $\hat{a}_{0,t}$ определяется экспоненциальной средней: $\hat{a}_{0,t} = S_t$.

Экспоненциальное сглаживание ряда осуществляется по рекуррентной формуле

$$S_t = \alpha y_t + \beta S_{t-1} \,, \qquad (9)$$

где S_t – значение экспоненциальной средней в момент t, α – параметр сглаживания, $\alpha = const$, ($0 < \alpha < 1$), $\beta = 1 - \alpha$..

Выражение (9) можно представить в следующем виде:

$$S_t = S_{t-1} + \alpha\left(y_t - S_{t-1}\right), \qquad (10)$$

если S_{t-1} рассматривать как прогноз на один шаг вперед, то в выражении (10) величина (y_t – S_{t-1}) определяет погрешность этого прогноза, а новый прогноз S_t получается в результате корректировки предыдущего прогноза с учетом его ошибки.

При краткосрочном прогнозировании желательно как можно быстрее отразить изменения $a_{0,t}$ и в то же время как можно эффективнее очистить ряд от случайных колебаний (*Лукашин*, 2003). Таким образом, с одной стороны, следует увеличивать вес последних наблюдений ряда, что может быть достигнуто повышением α, а с другой стороны, для сглаживания случайных отклонений величину α нужно уменьшать. Поиск компромиссного значения α требует постановки и решения задачи оптимизации модели.

Свойства наблюдаемого ряда измерений могут меняться во времени. Используемая для прогноза модель должна реагировать на колебания ряда данных, что в случае экспоненциального сглаживания должно отражаться на величине коэффициента сглаживания α. В качестве такой модели можно использовать модель адаптивной скорости реакции Тригга-Лича, согласно которой коэффициент сглаживания определяется по формуле (*Лукашин*, 2003):

$$\alpha_t = \left|K_t\right| = \left|\frac{\hat{e}_t}{\tilde{e}_t}\right|,$$

где $\hat{e}_t$ – сглаженная ошибка прогнозирования, определяемая из выражения $\hat{e}_t = (1-\gamma)\hat{e}_{t-1} + \gamma e_t$, $\tilde{e}_t$ – сглаженное абсолютное значение ошибки, которая имеет вид: $\tilde{e}_t = (1-\gamma)\tilde{e}_{t-1} + \gamma\left|e_t\right|$.

Коэффициент экспоненциального сглаживания ошибки $0 < \gamma < 1$.

Влияние величины коэффициента сглаживания α наглядно иллюстрируется графиками, приведенными на рис. 1.

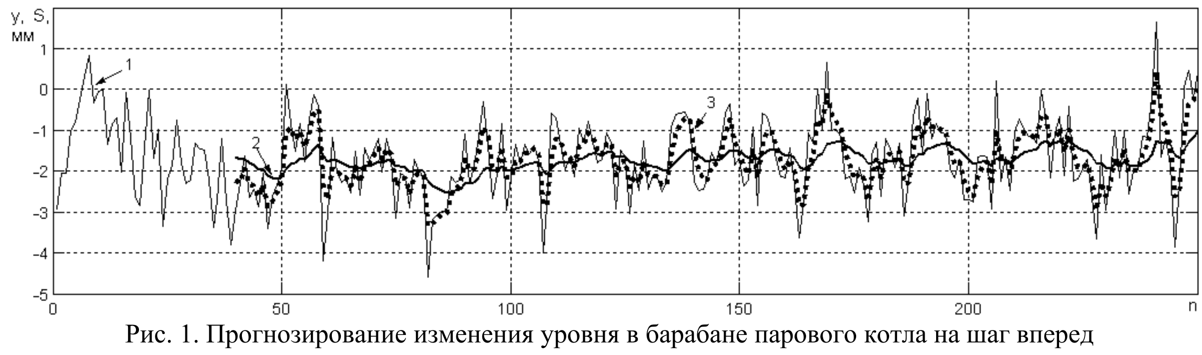

Рис. 1. Прогнозирование изменения уровня в барабане парового котла на шаг вперед

Как видно, из рис. 1 (где n – номер отсчета), процесс изменения уровня питательной воды y в барабане парового котла в реальных условиях эксплуатации (кривая 1) носит случайный характер. На этом же графике показаны экспоненциальные средние S для двух значений параметра сглаживания $\alpha = 0{,}1$ (кривая 2) и $\alpha = 0{,}5$ (точечная кривая 3). На графике наглядно проявляется влияние величины α на подвижность экспоненциальной средней. Чем меньше значения α, тем в большей степени подавляются колебания исходного ряда (кривая 2). При увеличении значений α фильтрующие способности экспоненциального среднего ослабевают.

С целью сравнения эффективности простого экспоненциального среднего и модели с адаптивным изменением коэффициента сглаживания α проведено моделирование временного ряда, характеризующего изменение расхода воды. На рис. 2 представлены исходный временной ряд (кривая 1) и результаты прогноза на шаг вперед при использовании модели Р. Брауна (*Brown*, 1963) (кривая 2), и модели Тригга-Лича (кривая 3). Для исследуемого ряда начальное значение коэффициента сглаживания в модели Тригга-Лича равно коэффициенту сглаживания при прогнозировании по модели Брауна, $\alpha = 0{,}1$. На интервале наблюдения коэффициент сглаживания адаптировался к особенностям наблюдаемого ряда и изменялся в диапазоне 0,05-0,87.

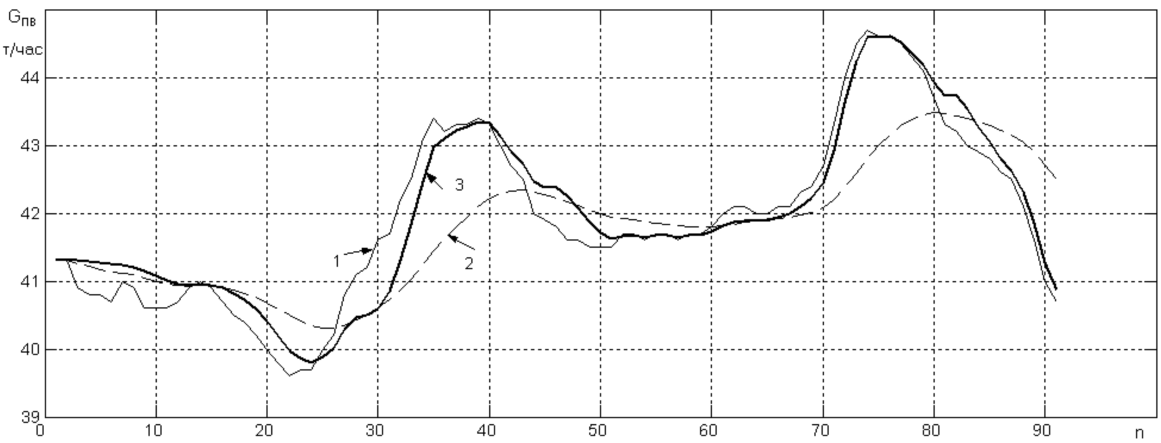

Рис. 2. Сравнение эффективности результатов сглаживания по модели Р. Брауна (1) и модели Тригга-Лича (2)

Результаты проведенного моделирования показывают, что модель с адаптивным α приспосабливается к изменениям исходного ряда быстрее, и при этом эффект сглаживания присутствует. Использование метода Тригга-Лича позволяет обойти проблему определения оптимального значения α. Однако возникает задача выбора наилучшего значения γ для подсчета сглаженных значений ошибок. В приведенном примере моделирования величина $\gamma = 0{,}3$.

Эффективность использования различных методов прогнозирования регулируемой величины можно оценить по результатам, приведенным рис. 3. Кривая 1 отражает изменение уровня воды в барабане парового котла. Экспериментальные данные были записаны с интервалом дискретизации 20 с. Вторая линия отражает результаты прогнозирования, сделанные с помощью фильтра скользящего среднего. Усреднение выполнялось по трем точкам. Прогнозные значения привязаны к концу интервала сглаживания. Линия 3 – прогноз изменения уровня воды, построенный с использованием метода экспоненциального сглаживания при $\alpha = 0{,}5$. Кривая 4 – прогноз изменения уровня воды, построенный с использованием модели Тригга-Лича.

6. Заключение

Основные достоинства метода экспоненциального сглаживания состоят в возможности учета весов исходной информации, в простоте вычислительных операций, использовании рекурсии, в гибкости описания различных динамик процессов и сопоставимое с моделями авторегрессии и скользящего среднего качество прогнозирования. Кроме того, метод экспоненциального сглаживания дает возможность получить оценку параметров тренда, характеризующих не средний уровень процесса, а тенденцию, сложившуюся к моменту последнего наблюдения. Эти свойства позволяют использовать метод для реализации эффективной коррекции параметров регуляторов систем управления многосвязными объектами.

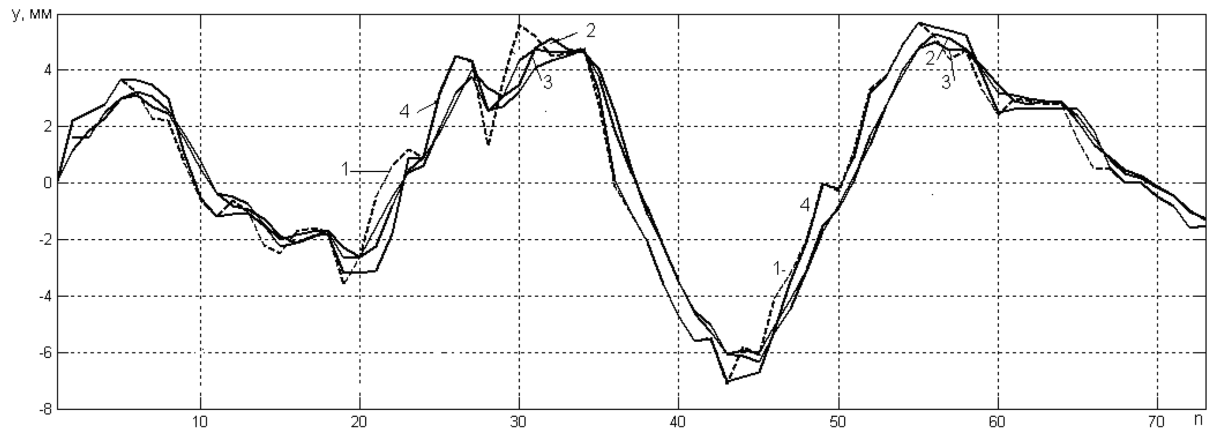

Рис. 3. Сравнение результатов прогнозирования уровня воды в барабане котла различными методами

Литература

Brown R.G. Smoothing forecasting and prediction of discrete time series. *N.Y.*, 653 p., 1963.

Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. *М., Мир*, 756 с., 1976.

Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов, прогноз и управление. Выпуск 1. *М., Мир*, 406 с., 1974.

Боровиков В.П. STATISTICA: искусство анализа данных на компьютере. Для профессионалов. *СПб., Питер*, 656 с., 2001.

Гудвин Г. К., Гребе С.Ф., Сальгадо М.Э. Проектирование систем управления. *М., Бином. Лаборатория знаний*, 911 с., 2004.

Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов. *М., Финансы и статистика*, 416 с., 2003.

Прохоренков А.М., Солодов В.С., Татьянченко Ю.Г. Судовая автоматика. *М., Колос*, 448 с., 1992.