

УДК 656.618.1 : [629.5.018.712 : 517.958]

Расчет усилий, действующих на объекты буксировки со стороны буксирной связи

Ю.И. Юдин, С.В. Пашенцев, В.В. Каян

Морская академия МГТУ, кафедра судовождения

Аннотация. В статье представлена методика расчета усилий, действующих на объекты буксировки со стороны буксирной связи, используемая в моделировании процесса буксировки одного судна другим. Показано, что применение приведенного алгоритма учета натяжения в гибком растяжимом буксирном тросе под действием собственного веса целесообразно при моделировании движения буксирной системы "буксирующее судно – буксирный трос – буксируемое судно".

Abstract. The paper presents the method of calculation of forces acting on objects engaged in towing operations from towing connection used in modeling of towage process of one vessel by another. It has been shown that the application of the algorithm is expedient for modeling of movement of the towage system "towing vessel – towing line – towed vessel".

Ключевые слова: буксирная система, буксировочный трос, буксируемое судно, буксирующее судно
Key words: towage system, towing line, towed vessel, towing vessel

1. Введение

При исследовании процесса буксировки приходится рассматривать три объекта этого процесса – буксировщик, буксируемое судно и буксирный трос, которые в представленной совокупности называются буксирной системой. Математические модели судов, участвующих в процессе буксировки, представляют собой системы дифференциальных уравнений, в левые части которых входят усилия, действующие со стороны буксирного троса. Рассмотрим буксирный трос как объект буксирной системы с целью определения его натяжения при различных способах крепления на судах, участвующих в буксировке.

2. Методика расчета

Рассмотрим геометрию троса в вертикальной плоскости XOZ , которая показана на рис. Предварительно будем считать, что буксирный трос полностью находится в воздухе, а его начальная точка KB – в кормовой части буксирующего судна, при этом конечная точка буксирного троса NO крепится в носовой части буксируемого судна.

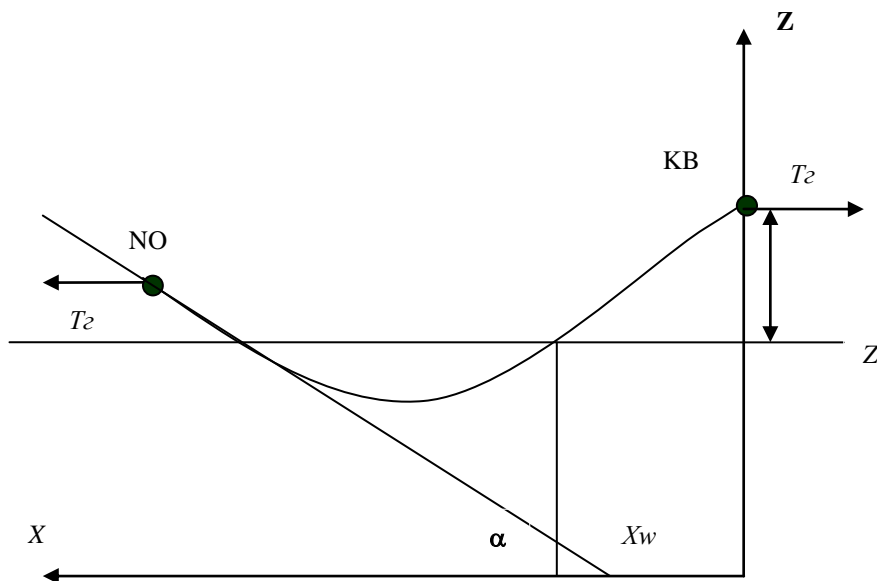


Рис. Геометрия троса в вертикальной плоскости XOZ

Введём местную систему координат, ось Z которой проходит через точку КВ, при этом начало координат на этой оси не имеет значения для последующих расчётов. Пусть, для определённости, это будет уровень дна или уровень киля буксирующего судна. Ось X направим в сторону носа буксируемого судна. Придадим начальной и конечной точкам троса координаты КВ(x_{kb}, z_{kb}) и НО(x_{no}, z_{no}). Как известно, тяжёлый трос, принятый традиционно за гибкую нить, принимает форму цепной линии. Эту форму можно описать одним уравнением цепной линии общего вида, в которое входят три параметра – a, c_1 и c_2 :

$$z = a \times ch\left(\frac{x - c_1}{a}\right) - c_2. \quad (1)$$

Уравнение записано во введённой местной системе координат, связанной с точками крепления троса, и при разных комбинациях значений параметров c_1, c_2 и a описывает все ситуации его расположения. Наша задача состоит в получении зависимости натяжения троса от положения точек КВ и НО.

Параметры c_1, c_2, a можно определить из двух граничных условий $z(x_{kb}) = z_{kb}, z(x_{no}) = z_{no}$, приводящих к двум алгебраическим уравнениям:

$$\begin{cases} a \times ch\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right) - c_2 = z_{kb}; \\ a \times ch\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right) - c_2 = z_{no} \end{cases} \quad (2)$$

и одному интегральному для длины l цепной линии:

$$l = a \times sh\left(\frac{x - c_1}{a}\right) \Big|_{x_{kb}}^{x_{no}} = a \times [sh\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right) - sh\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right)]. \quad (3)$$

Вычитая одно уравнение системы (2) из другого в любом порядке, устраним константу c_2 , т.к. она не влияет на форму цепной линии. Вот почему нам не важно, где начало координат на оси Z – в разностном уравнении участвует лишь разность координат z . Теперь три уравнения можно свести к двум уравнениям с неизвестными c_1 и a :

$$\begin{aligned} a \times [ch\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right) - ch\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right)] &= z_{kb} - z_{no}; \\ a \times [sh\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right) - sh\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right)] &= l. \end{aligned} \quad (4)$$

Это система двух трансцендентных уравнений с гиперболическими функциями, которые возможно решить только численно. Для этого использована вычислительная среда MathCad, которая имеет инструментарий для подобных решений в виде оператора $root(f(x), x)$ с указанием функции, корень которой необходимо найти. Приведём решение частной задачи, когда высота крепления буксировочного троса на буксире и объекте совпадают, т.е. разность $z_{kb} - z_{no} = 0$. Такая частность не будет сказываться на принципиальных выводах из решения задачи. Тогда первое уравнение из (4) приводит к равенству

$$ch\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right) = ch\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right),$$

что позволяет получить следующее решение:

$$\left(\frac{x_{kb} - c_1}{a}\right) = -\left(\frac{x_{no} - c_1}{a}\right).$$

Это равенство, в свою очередь, позволяет определить значение константы $c_1 = (x_{no} + x_{kb})/2$.

Подстановка найденного значения константы c_1 во второе уравнение системы (4) даёт:

$$sh\left(\frac{x_{no} - x_{kb}}{2a}\right) = l / 2a. \quad (5)$$

Данное трансцендентное уравнение позволяет рассчитать величину параметра a , определяющего горизонтальное натяжение троса. Преобразуем уравнение (5) к виду, наиболее удобному для численного решения:

$$\begin{aligned} sh(w) &= (l/\Delta x) \times w = \gamma \times w, \\ w &= (x_{no} - x_{kb})/2a = \Delta x/2a. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение сведено к простейшей форме $sh(w) = \gamma \times w$, которая допускает простое решение, учитывая, что параметр $\gamma = l/\Delta x \geq 1$ определяет степень провисания троса, т.к. длина буксирного троса l всегда больше или равна горизонтальному расстоянию Δx между точками его крепления на буксирующем и буксируемом судах.

Численное решение уравнения (6) произведено с помощью оператора MathCad root(sinh(w) – γ × w, w), для установленного ряда значений γ получены корни, представленные в табл.

Таблица

γ	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10
w	0.271	0.366	0.438	0.488	0.550	0.594	0.642	0.684	0.725	0.765
T _z	6541	4730	3914	3479	3058	2804	2571	2390	2234	2098
Δz	30	41	49	54	60	65	70	74	78	82
l _w	396	411	418	422	425	427	429	431	433	434
T _{tr}	2.79	2.89	2.94	2.95	2.98	2.99	3.00	3.01	3.02	3.02

Чтобы использовать эти результаты в программных расчётах, нами получена аналитическая аппроксимация значений корней в зависимости от параметра γ. В указанной зависимости используется полином пятой степени с очень высокой степенью адекватности:

$$w(\gamma) = (-0.5105 + 2.389\gamma - 4.471\gamma^2 + 4.182\gamma^3 - 1.956\gamma^4 + 3.657\gamma^5)10^6. \quad (7)$$

Горизонтальная составляющая натяжения T_z буксирного троса постоянна по всей его длине и зависит от веса его погонного метра q и константы a, которая вычисляется в ходе решения системы (4). Определение T_z вполне традиционно с помощью уравнения равновесия цепной линии. Оно даёт в ньютонах:

$$T_z = a \times q \times g, \quad (8)$$

где g – ускорение свободного падения, а известный параметр a представлен как размерная величина, имеющая размерность длины.

Вертикальная составляющая может быть найдена из простого равенства T_a = T_z tg(α) (см. рис.), но она не входит в уравнения плоского движения объектов буксировки. При этом tg(α) находится как производная z'_x = sh((x – c₁)/a). Натяжение буксирного троса можно определить, пользуясь очевидным соотношением между составляющими натяжения

$$T = \sqrt{T_z^2 + T_a^2} = T_z \sqrt{1 + tg^2 \alpha} = T_z \sqrt{1 + sh^2 \left(\frac{x - c_1}{a} \right)} = T_z ch \left(\frac{x - c_1}{a} \right) = \frac{T_z}{a} (z + c_2).$$

Горизонтальная составляющая натяжения буксирного троса зависит от его длины и от диаметра, определяющего, в свою очередь, величину веса погонного метра буксирного троса q.

В качестве примера расчёта горизонтальной составляющей произведён её расчёт для стального троса ТК-133 ГОСТ 3067-55 диаметром 52.5 мм и длиной 450 м. Именно такой трос выбран для буксируемого судна. Вес погонного метра троса составляет 11.387 кг. Результаты такого расчёта приведены в третьей строке таблицы в кН. Эти результаты полезно сопоставить с разрывной прочностью выбранного буксирного троса в 1280, 1600 и 1814 кН при предельной прочности нитей в 120, 150 и 170 кг/мм² соответственно.

Очень важным фактором при моделировании является провес буксирного троса. Если провес невелик, то трос не касается воды, и его дополнительное сопротивление при движении не учитывается. Если же провес превышает высоту подвеса концов троса, то некоторая часть троса оказывается в воде, и следует учесть её гидродинамическое сопротивление при движении судов. Для решения этих вопросов рассчитаем величины провеса троса. Для этого найдем величину разности координаты z для середины цепной линии, где x = (x_{kb} + x_{no})/2, и точки подвеса троса, где x = 0 или x = Δx. Тогда получим с учётом (6):

$$\Delta z = 1/2 w \gamma \times [ch(w/2) - 1]. \quad (9)$$

Используя найденные выше значения w при соответствующих величинах γ, находим провесы Δz. Они приведены в той же таблице в четвертой строке для длины троса l = 450 м. Разумеется, это чисто теоретические расчёты; практически таких провесов при реальной буксировке никогда не допускается.

Трос, попадая в воду, подвергается действию ряда сил, которые уменьшают провес. Это статическая выталкивающая сила, которая действует вертикально, и гидродинамическая подъёмная сила, также имеющая вертикальную составляющую, кроме горизонтальной гидродинамической составляющей. Поэтому, наряду с расчётом провеса, мы рассчитываем длину части троса, находящуюся в воде.

Как и выше (3), длину участка цепной линии находим по интегральной формуле

$$l_w = 2a \times sh \left(\frac{x - c_1}{a} \right) \Big|_{x_w}^{x_{cc}} = 2a \times [sh \left(\frac{x_{cp} - c_1}{a} \right) - sh \left(\frac{x_w - c_1}{a} \right)] = -2a \times sh \left(\frac{x_w - c_1}{a} \right), \quad (10)$$

где x_w – координата X точки пересечения линии троса с уровнем воды (рис.). Для той же точки из уравнения цепной линии имеем:

$$a \times [ch(\frac{x_{kb} - c_1}{a}) - ch(\frac{x_w - c_1}{a})] = z_{kb} - z_w,$$

откуда легко находим

$$ch(\frac{x_w - c_1}{a}) = ch(\frac{x_{kb} - c_1}{a}) - (z_{kb} - z_w) / a = ch(\frac{x_{kb} - c_1}{a}) - h_w / a.$$

Выражаем гиперболический синус согласно известной формуле для гиперболических функций $sh^2(x) = ch^2(x) - 1$ и подставляем в выражение для длины l_w (10). Получаем длину в виде:

$$l_w = 2a \sqrt{(ch(\frac{x_{kb} - c_1}{a}) - h_w / a)^2 - 1}. \quad (11)$$

Для примера рассчитаны длины участка троса в воде при высоте крепления троса над водой $h_w = 7$ м. Эти результаты приведены в таблице пятой строкой. Если использовать для расчёта той же величины формулу, приведённую в работе (Войткунский, 1985), то получим подобные величины, отличающиеся примерно на 2 % в сторону больших значений. Однако сама формула проще и не содержит специальных функций: $l_w = 2 \times (l^2 - 8ah_w)^{0.5}$. Если пойти по пути использования этой формулы, то логично применить формулу справочника (Щетинина, 1975) и для расчёта дополнительного сопротивления троса диаметром d , движущегося в воде со скоростью v . Она такова (кН):

$$R_{tr} = 4 \times l_w \times d \times v^2 \times g / 1000. \quad (12)$$

Рассчитанные по этой формуле значения дополнительного сопротивления приведены в таблице в шестой строке для $d = 0.045$ м и скорости буксировки $v = 2$ м/с. Хорошо видно, что эти значения незначительны в сравнении с основной силой натяжения троса (строка 3).

Более сложным является вопрос о форме, которую принимает тяжелый трос, движущийся в воде. Она отличается от цепной линии, но при моделировании буксировки форма буксирного троса в воде не учитывается и потому здесь не рассматривается.

Наконец, остается ещё один режим при буксировке, когда расстояние между точками крепления буксировочного троса становится больше, чем первоначальная длина троса. Это означает, что трос получает некоторое упругое удлинение Δl , что вызвано силой его натяжения

$$T_{tr} = E_{tr} \times (\pi d^2 / 4) \times (\Delta l / l), \quad (13),$$

где E_{tr} – модуль упругости троса. Это не просто модуль упругости стали – материала троса, а модуль, который учитывает определённую многопрядную структуру троса, изменяющую величину модуля.

Приведённые выше расчёты позволяют сформулировать следующий алгоритм учёта действия буксировочного троса:

- рассчитывается расстояние Δx между точками крепления троса;
- Δx сравнивается с первоначальной длиной троса l ;
- если $\Delta x > l$ (трос не провисает), то сила натяжения троса рассчитывается по формуле (13);
- если $\Delta x < l$ (трос провисает), то рассчитывается провес троса Δz ;
- если $\Delta z < h_w$ (трос полностью в воздухе), то рассчитывается натяжение троса по формуле (8);
- если $\Delta z > h_w$ (трос частично в воде), то рассчитывается натяжение троса по формуле (8), с умножением результата на множитель 0.875 за счёт его облегчения в воде;
- рассчитывается дополнительное усилие за счёт гидродинамического воздействия на трос по формуле (12) и складывается с основным натяжением;
- полученный результат учитывается при моделировании в уравнениях продольного равновесия участвующих в буксировке судов.

3. Заключение

Предложенный авторами алгоритм учета натяжения в гибком растяжимом буксирном тросе под действием собственного веса позволяет использовать его при моделировании движения буксирной системы "буксирующее судно – буксирный трос – буксируемое судно". Это дает возможность отказаться от простейшей схемы буксировки, когда трос рассматривается как жесткий стержень, и получить тем самым более объективную картину буксирного процесса.

Литература

- Войткунский Я.И. Справочник по теории корабля. В 3 т. Под ред. Я.И. Войткунского. Л., Судостроение, т. 3, с.543, 1985.
- Щетинина А.И. Управление судном и его техническая эксплуатация. Под ред. А.И. Щетининой. М., Транспорт, 608 с., 1975.