

УДК 656.618.1 : [629.5.018.712:517.958]

## Численное моделирование автоколебаний буксируемого судна

Ю.И. Юдин, В.В. Каян

*Морская академия МГТУ, кафедра судовождения*

**Аннотация.** В статье представлены решения систем уравнений, позволяющих получить параметры автоколебаний буксируемого судна. Решения визуализированы в виде графиков, представляющих собой изменения рассматриваемых переменных во времени. Показано, что численное моделирование в системе MathCad позволяет оценивать влияние отдельных характеристик буксировки на параметры автоколебаний, которые возникают в процессе буксировки.

**Abstract.** The paper presents solutions of differential equation systems providing parameters of towed vessel autooscillations. The solution have been visualised as graphic charts showing variations of the variables in time. Numerical modeling in MathCad system allows evaluation of influence of separate features of towing on parameters of autooscillations occurring in the process of towing.

**Ключевые слова:** процесс автоколебаний, система дифференциальных уравнений, буксировка, параметры буксируемого судна

**Key words:** autooscillation process, differential equation system, towing, towed vessel parameters

### 1. Введение

Важным эксплуатационным качеством буксирной системы является её управляемость. Численное моделирование автоколебаний буксируемого судна позволяет оценивать влияние отдельных характеристик буксировки на параметры автоколебаний, которые возникают в процессе буксировки. Моделируя этот процесс, можно подобрать параметры так, чтобы буксировка стала максимально безопасной.

### 2. Методика расчета

Система дифференциальных уравнений для исследования автоколебаний буксируемого судна состоит из двух уравнений для угловой скорости поворота  $\omega$  и угла дрейфа  $\beta$ , к которым добавлено третье уравнение для угла отклонения буксирного троса  $\theta$  от диаметральной плоскости (ДП) буксируемого судна:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{N_p C_{m\omega} L^2}{I_z (1+k_{66}) v} \omega + \frac{N_p C_{m\beta} L}{I_z (1+k_{66})} \beta - \frac{T \bar{x}_T L \theta}{I_z (1+k_{66})}; \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{1+k_{11}}{1+k_{22}} \omega - \frac{N_p}{\rho V (1+k_{22}) v} (C_{y\beta} + C_{2y} (8/3\pi) |\beta_0|) \beta - \frac{T \theta}{\rho V (1+k_{22}) v}; \\ \frac{d\theta}{dt} &= (1 + \frac{\bar{x}_T}{l}) \omega, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $v$  – линейная скорость;  $I_z$  – момент инерции массы судна;  $k_{11}$ ,  $k_{22}$ ,  $k_{66}$  – присоединённые массы и момент;  $x_T = x_T/L$ ,  $x_T$  – абсцисса точки крепления буксирного троса;  $L$  – длина буксируемого судна;  $C_{y\beta}$ ,  $C_{y\omega}$ ,  $C_{m\beta}$ ,  $C_{m\omega}$ ,  $C_{2y}$ ,  $N_p$  – гидродинамические коэффициенты;  $T$  – натяжение буксирного троса;  $V$  – объёмное водоизмещение буксируемого судна;  $l = l/L$ ,  $l$  – длина буксирного троса;  $\rho$  – массовая плотность воды.

Все обозначения в системе (1) вполне традиционны и полностью соответствуют обозначениям, принятым в справочнике (Войткунский, 1985). Буксирный трос предполагается прямолинейным стержнем, шарнирно закрепленным на судах буксирной системы ("буксирующее судно – буксирный трос – буксируемое судно") (Юдин, Маковский, 1975).

Эту же систему запишем в форме, где произведена гармоническая линеаризация нелинейного члена во втором уравнении. В результате появился неопределённый пока параметр  $\beta_0$  в коэффициенте  $a_{22}$ :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega}{dt} &= -a_{11} \times \omega + a_{12} \times \beta - a_{13} \times \theta; \\
 \frac{d\beta}{dt} &= a_{21} \times \omega - a_{22} \times \beta - a_{23} \times \theta; \\
 \frac{d\theta}{dt} &= a_{31} \times \omega; \\
 a_{11} &= \frac{N_p \times C_{m\omega} L^2}{I_z (1 + k_{66}) \nu}; \quad a_{12} = \frac{N_p C_{m\beta} L}{I_z (1 + k_{66})}; \quad a_{13} = \frac{T \bar{x}_T L}{I_z (1 + k_{66})}; \\
 a_{21} &= \frac{1 + k_{11}}{1 + k_{22}}; \quad a_{22} = \frac{N_p \times (C_{y\beta} + C_{2y} \theta / \beta_0 l)}{\rho V (1 + k_{22}) \nu}; \quad a_{23} = \frac{T}{\rho V (1 + k_{22}) \nu}; \\
 a_{31} &= (1 + \frac{\bar{x}_T}{l}).
 \end{aligned} \tag{2}$$

Полученная система уравнений позволяет получить аналитическое решение, результатом которого являются параметры автоколебаний буксируемого судна.

Нашей целью является получение численных решений нелинейных уравнений в форме визуальных образов. Такие решения предполагают соответствующую форму представления дифференциальных уравнений. Производные переменных – угла дрейфа  $\beta$ , угловой скорости  $\omega$  и угла  $\theta$  отклонения буксирного троса от ДП буксируемого судна находятся в левых частях уравнений, при этом правые части уравнений записываются как функции этих же переменных и курса  $K$  буксируемого судна. Обозначим переменные, стоящие в правых частях уравнений индексом "1", что соответствует первой производной:

$$\begin{aligned}
 K_1(\omega) &= \omega, \\
 \omega_1(\omega, \beta, \theta) &= -a_{11} \times \omega + a_{12} \times \beta - a_{13} \times \theta, \\
 \beta_1 &= a_{21} \times \omega - a_{22} \times \beta - a_{23} \times \beta |\beta| - a_{24} \times \theta, \\
 \theta_1 &= a_{31} \times \theta - a_{32} \times \beta + a_{33} \times \omega.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Ещё раз подчеркнём, что в этих уравнениях мы используем их полную форму без упрощений, которых требует аналитическое решение.

Решение визуализируется в виде графиков, представляющих собой изменения рассматриваемых переменных во времени. Рассмотрим несколько таких решений в графической форме отдельно для буксируемого судна в грузу и балласте.

На рис. 1 представлено изменение во времени параметров  $\theta$ ,  $\omega$ ,  $\beta$  при начальном внешнем возмущении по угловой скорости примерно  $1^\circ/\text{с}$ . Из рис. 1 видно, что возникают автоколебания, но они имеют затухающий характер. Наибольшую амплитуду колебательного движения имеет угол отклонения буксирного троса от ДП буксируемого судна, несколько меньшую амплитуду – угол дрейфа. При изменении величины натяжения буксирного троса  $T$  характер колебаний значений рассматриваемых переменных меняется, что наглядно показано на рис. 2, 3. Увеличение натяжения буксирного троса до 500 кН ведёт к быстрому затуханию начальных возмущений рассматриваемых переменных.

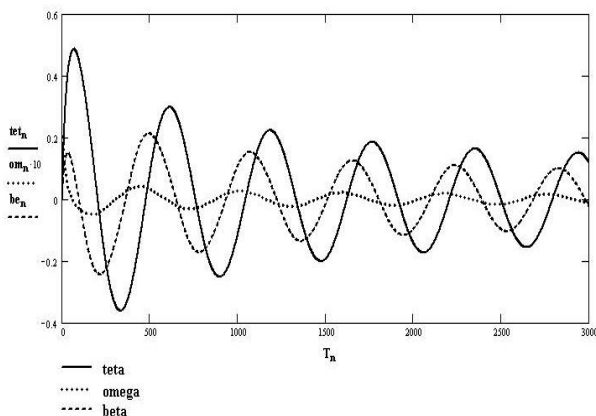


Рис. 1. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу при  $T = 300$  кН;  $\bar{x}_T = 0.5$ ;  $\nu = 2$  м/с;  $l = 3L$

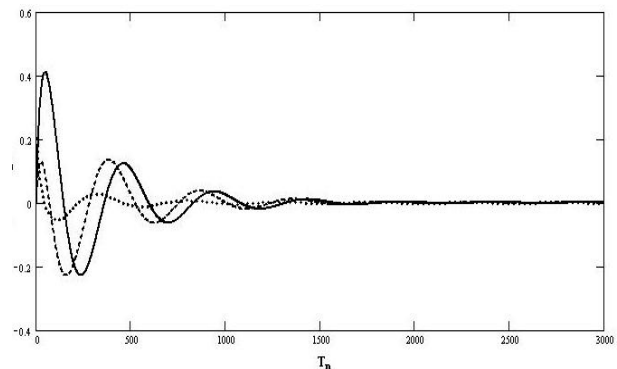


Рис. 2. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 500$  кН;  $\bar{x}_T = 0.5$ ;  $\nu = 2$  м/с;  $l = 3L$

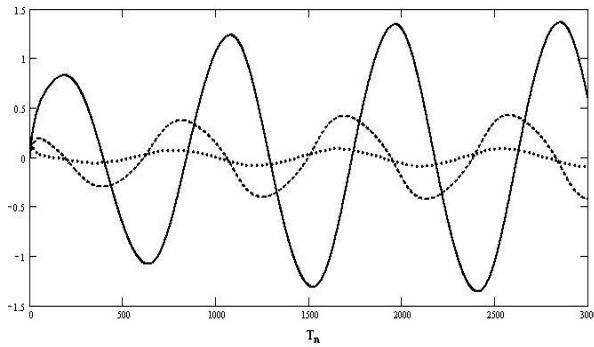


Рис. 3. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 100$  кН;  $\bar{x}_T = 0.5$ ;  $v = 2$  м/с;  $l = 3L$

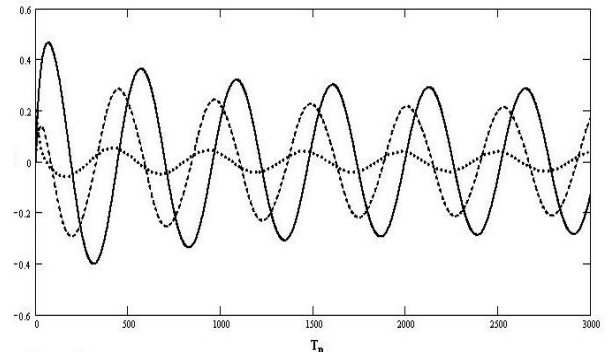


Рис. 4. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 500$  кН;  $\bar{x}_T = 0.3$ ;  $v = 2$  м/с;  $l = 3L$

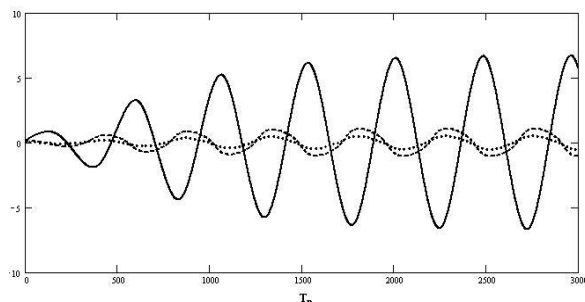


Рис. 5. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 300$  кН;  $x_T = 0.35$ ;  $v = 1$  м/с;  $l = L$

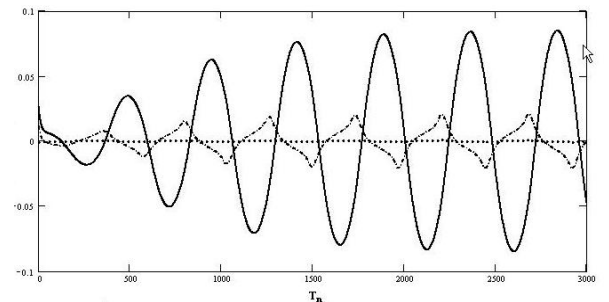


Рис. 6. Развитие колебаний первых производных параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 300$  кН;  $x_T = 0.35$ ;  $v = 1$  м/с;  $l = L$

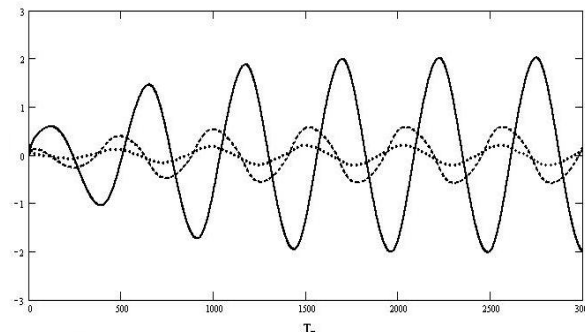


Рис. 7. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в грузу для  $T = 300$  кН;  $\bar{x}_T = 0.4$ ;  $v = 3$  м/с;  $l = 2L$

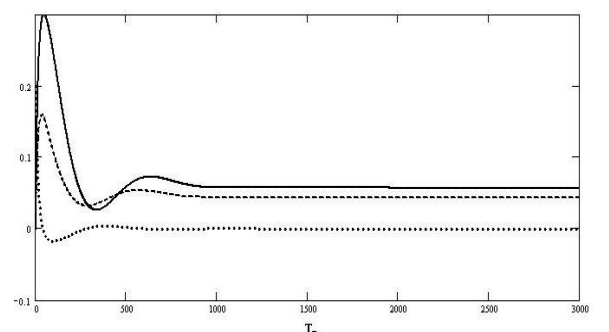


Рис. 8. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в балласте для  $T = 500$  кН,  $\bar{x}_T = 0.5$ ,  $v = 4$  м/с,  $l = 3L$

Уменьшение натяжения до 100 кН ведёт к противоположному эффекту – медленному развитию возмущений и переходу их в подобие автоколебаний, что представлено на рис. 3.

Согласно теории, автоколебания могут происходить при определённом значении абсциссы точки приложения натяжения буксирного троса. На рис. 4 показан вариант развития процесса автоколебаний, когда все параметры буксировки прежние, а абсцисса точки приложения буксирного троса уменьшена до 0.3. При этом видно, что возмущение вызывает классические автоколебания с частотой примерно 4.5 колебания в час. На рис. 5 приводится процесс автоколебаний при ином наборе параметров буксировки, а именно  $T = 300$  кН;  $x_T = 0.35$ ;  $v = 1$  м/с;  $l = L$ . Для этого набора характеристик показаны также изменения во времени первых производных  $\theta$ ,  $\omega$  и  $\beta$  (рис. 6). Хорошо видна нелинейность в изменении угла дрейфа, т.к. во втором уравнении системы содержится нелинейный член  $\beta|\beta|$ .

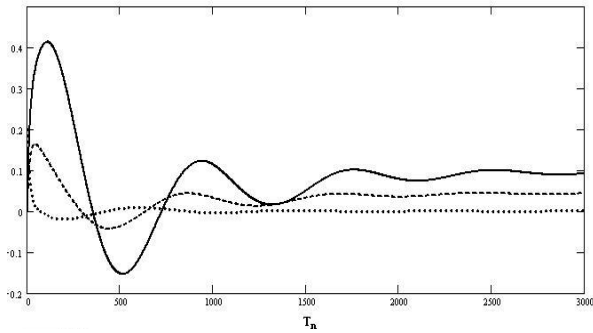


Рис. 9. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в балласте для  $T = 300$  кН,  $\bar{x}_T = 0.5$ ,  $v = 4$  м/с,  $l = 3L$

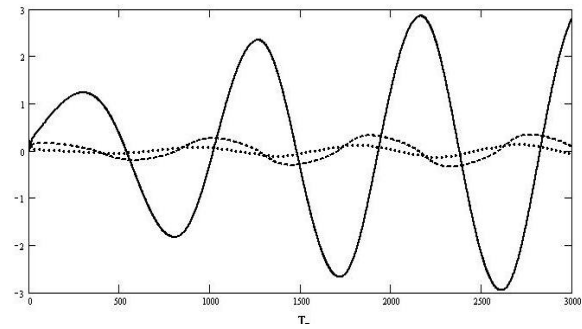


Рис. 10. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в балласте для  $T = 100$  кН,  $\bar{x}_T = 0.5$ ,  $v = 4$  м/с,  $l = 3L$

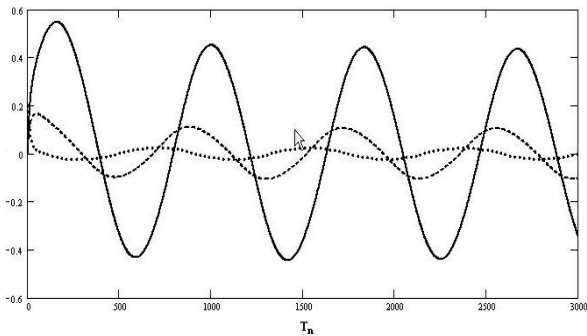


Рис. 11. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в балласте для  $T = 220$  кН,  $\bar{x}_T = 0.5$ ,  $v = 4$  м/с,  $l = 3L$

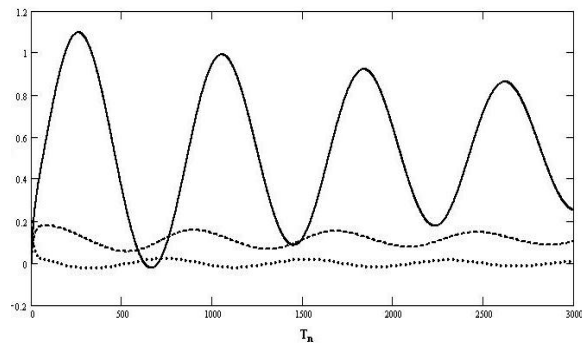


Рис. 12. Развитие колебаний параметров буксируемого судна в балласте для  $T = 200$  кН,  $\bar{x}_T = 0.35$ ,  $v = 4$  м/с,  $l = 2L$

Результаты ещё одного варианта выбора параметров буксировки показаны на рис. 7. Здесь изменены и скорость буксировки, и длина буксирного троса, а именно выбрано  $T = 300$  кН;  $x_T = 0.4$ ;  $v = 3$  м/с;  $l = 2L$ . Процесс изменения переменных параметров переходит в режим автоколебаний.

Анализ представленных результатов позволяет сделать вывод о том, что к автоколебаниям буксируемого судна в грузу ведут:

- уменьшение абсциссы точки крепления буксирного троса;
- уменьшение длины буксирного троса;
- уменьшение натяжения в буксирном тросе.

Рассмотрим результаты для буксируемого судна в балласте в виде аналогичных графиков. На рис. 8-10 представлены процессы для различных значений натяжения в тросе 500, 300, 100 кН. Плечо троса выбрано равным 0.5, длина троса  $3L$ , скорость буксировки 4 м/с. Видно, что поведение нашего танкера в балласте несколько иное, нежели танкера в грузу. При натяжении троса  $T = 500$  кН начальное возмущение по угловой скорости поворота затухает за 900 с, но угол дрейфа и угол отклонения буксирного троса от ДП буксируемого судна выходят при этом на некоторые ненулевые уровни, приблизительно  $3^\circ$  и  $4^\circ$  соответственно. Буксируемое судно движется с постоянным углом дрейфа. Напомним, что теория предсказывает такое поведение судна.

Уменьшение натяжения троса затягивает процесс стабилизации до 2000 с, но принципиально ситуация не изменяется – судно получает постоянный угол дрейфа примерно того же уровня  $3^\circ$ .

Дальнейшее уменьшение натяжения троса до 100 кН приводит к развивающимся автоколебаниям, амплитуда которых медленно увеличивается, как показано на рис. 10.

Очевидно, что при некотором натяжении буксирного троса будут возникать чистые автоколебания. Так, при натяжении  $T = 220$  кН мы получаем картину, представленную на рис. 11.

Здесь колебания значений переменных параметров идут вокруг нулевых их значений.

Однако, сочетание параметров буксировки, указанное для рис. 12, даёт картину похожую на автоколебания с медленно затухающей амплитудой, но эти колебания происходят вокруг не нулевого уровня. Все это подчеркивает особенности буксировки более "легкого" объекта, именно поэтому в таких случаях проводят дополнительные мероприятия по "утяжелению" буксируемого объекта.

### 3. Заключение

Приведённые результаты показали, что реализация численного моделирования в системе MathCad позволяет оценивать влияние отдельных характеристик буксировки на параметры автоколебаний, которые возникают в процессе буксировки. Моделируя данный процесс, можно подобрать параметры так, чтобы буксировка стала максимально безопасной. Как видно из материалов настоящей статьи, к таким параметрам следует прежде всего отнести: скорость буксировки, длину буксирного троса, абсциссу точки его крепления, натяжение буксирного троса, которое по возможности должно регулироваться. Однако наибольший эффект даёт предложенный авторами ранее (*Способ управления...*, 2011) способ управления буксируемым судном. Его использование авторами будет рассмотрено в дальнейших работах.

### Литература

- Войткунский Я.И.** Справочник по теории корабля. В 3 т. Под ред. Я.И. Войткунского. Л., Судостроение, т. 3, с.543, 1985.
- Способ управления траекторией движения буксируемого судна. Патент № 2422326 Российская Федерация, МПК<sup>8</sup> В63Н25/00. Заявитель и патентообладатель Мурм. гос. техн. ун-т. опубл.27.06.2011.
- Юдин Е.Б., Маковский А.Г.** Анализ самопроизвольного рысканья буксируемых судов. *Судостроение*, № 4, с.16, 1975.