Вестник МГТУ, том 16, №1, 2013 г. стр.43-45

УДК 536.24

Приближенный метод расчета теплопроводности радиального ребра постоянной толщины

Ю.В. Видин, Р.В. Казаков

Теплоэнергетический факультет Сибирского федерального университета, кафедра теплотехники и гидрогазодинамики

Аннотация. В статье предложена оптимизация конструкции радиального ребра, преследующая цель уменьшения габаритных и массовых характеристик при сохранении заданных показателей эффективности.

Abstract. In the paper optimization of radial rib has been proposed. The aim of optimization is to lessen overall and mass characteristics and to save the given indices of efficiency.

Ключевые слова: радиальное ребро, коэффициент теплопроводности, коэффициент тепловой эффективности, температурное поле, инженерный метод расчета температурного поля

Key words: radial rib, coefficient of thermal conductivity, coefficient of thermal efficiency, thermal field, engineering approach of thermal field calculation

1. Введение

Радиальное оребрение широко используется для существенного увеличения выпуклых поверхностей теплообмена. Круглые ребра применяются при внешнем оребрении цилиндрических поверхностей двигателей внутреннего сгорания с воздушным охлаждением (*Поспелов*, 1971), а также других теплонапряженных аппаратов. Развитые поверхности изготавливаются из дорогостоящих металлов, обладающих высокой теплопроводностью и коррозионной стойкостью. При проектировании таких увеличенных теплообменных поверхностей, предназначенных для передачи повышенных тепловых потоков, необходимо оптимизировать геометрические размеры ребер с целью уменьшения их габаритных и массовых характеристик.

2. Результаты исследований

Стационарный процесс переноса тепла в радиальном ребре постоянной толщины можно записать в виде следующей системы уравнений (*Исаченко и др.*, 1975):

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\vartheta}{dr}-m^2\vartheta=0\,, \tag{1}$$

$$\vartheta=\vartheta_0\,,\ \text{при}\ r=r_0\,, \tag{2}$$

$$\frac{d\vartheta}{dr}=0\,,\ \text{при}\ r=r_1\,, \tag{3}$$

где ϑ – избыточная температура; ϑ_0 – избыточная температура у основания ребра; r_0, r – внутренний и наружный радиусы ребра соответственно; $m = \sqrt{(2\alpha/\lambda\delta)}$ [1/m]; α, λ – коэффициенты теплоотдачи и теплопроводности соответственно; δ – толщина ребра.

Решение задачи (1-3) записывается следующим образом (*Исаченко и др.*, 1975):

$$\vartheta=\vartheta_0\frac{I_0(mr)K_1(mr_1)+I_1(mr_1)K_0(mr)}{I_0(mr_0)K_1(mr_1)+I_1(mr_1)K_0(mr_0)}\,, \tag{4}$$

где $I_0(z)$, $I_1(z)$ – модифицированные функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков; $K_0(z)$, $K_1(z)$ – модифицированные функции Бесселя второго рода нулевого и первого порядков, которые относятся к классу специальных функций.

Из выражения (4) следует, что избыточная температура на конце ребра ($r = r_1$) будет равна

$$\vartheta = \vartheta_0 \frac{I_0(mr_1)K_1(mr_1) + I_1(mr_1)K_0(mr_1)}{I_0(mr_0)K_1(mr_1) + I_1(mr_1)K_0(mr_0)} \; . \tag{5}$$

Принимая во внимание, что, согласно теории модифицированных функций Бесселя, имеет место равенство

$$I_0(mr_1)K_1(mr_1) + I_1(mr_1)K_0(mr_1) = \frac{1}{mr_1}, \tag{6}$$

соотношение (5) преобразуется к виду:

$$\vartheta_{(r=r_1)} = \frac{\vartheta_0}{m_1 r_1} \frac{1}{I_0(mr_0)K_1(mr_1) + I_1(mr_1)K_0(mr_0)} \; . \tag{7}$$

Формулы (5) и (7) сравнительно громоздки и мало удобны для проведения технических расчетов. Это в основном обусловлено тем, что в дифференциальном уравнении теплопроводности (1) присутствует переменный коэффициент $1/r$.

Если этот коэффициент заменить на некоторую постоянную величину a, т.е. вместо зависимости (1) рассмотреть уравнение

$$\frac{d^2\vartheta}{dr^2} + a\frac{d\vartheta}{dr} - m^2\vartheta = 0\,, \tag{8}$$

то решение задачи существенно упростится. Коэффициент a находится в следующих пределах:

$$a_{\min} = \frac{1}{r_1} \le a \le a_{\max} = \frac{1}{r_0}\,. \tag{9}$$

При фиксированной величине a решение системы (8), (2) и (3) будет иметь вид:

$$\vartheta = \vartheta_0 e^{-\frac{a}{2}(r-r_0)} \frac{A - th\left[\dfrac{Aa(r_1-r)}{2}\right]}{A - th\left[\dfrac{Aa(r_1-r_0)}{2}\right]}\,, \tag{10}$$

где $A = \sqrt{(1 + (4m^2/a^2))}$, $th(z)$ – гиперболический тангенс, являющийся элементарной функцией. В работе (*Сегал, Семендяев*, 1962) приведены обширные числовые значения этой функции.

Из (10) следует, что избыточная температура на торце ребра может быть вычислена по формуле

$$\vartheta_{(r=r_1)} = \vartheta_0 \frac{Ae^{-\frac{a}{2}(r_1-r_0)}}{A - th\left[\dfrac{Aa(r_1-r_0)}{2}\right]} \; . \tag{11}$$

При этом если принять в (10) и (11) $a = a_{\max}$, то по этим выражениям получим заниженные значения температуры.

Если же взять $a = a_{\min}$, то зависимости (10) и (11) дадут завышенные величины искомой температуры. Следовательно, приведенные соотношения позволяют оценить распределение температуры в радиальном ребре снизу и сверху.

Как правило, эти границы довольно близки друг к другу.

Так, в случае, когда

$$m^2 = (1 : 250)\ 1/\text{м}^2;\ r_0 = 0{,}1\ \text{м};\ r_1 = 0{,}15\ \text{м},$$

избыточная температура на конце ребра при условии $a = 1/r_0 = 1/0{,}1 = 10$ 1/м будет равна $\vartheta(r = r_1) = 0{,}718\vartheta_0$, а при $a = 1/r_1 = 1/0{,}15 = 6{,}667$ 1/м

$$\vartheta(r = r_1) = 0{,}730\vartheta_0\,.$$

Расчет по строгому решению (7) приводит к результату:

$$\vartheta(r = r_1) = 0{,}723\vartheta_0\,.$$

Эта величина оказывается почти равноудаленной от нижнего и верхнего пределов.

Аналогичный расчет, проведенный для прямоугольного ребра постоянной толщины, при тех же исходных данных ($m^2 = 1/150$ 1/м^2; $l = r_1 - r_0 = 0{,}05$ м) характеризуется следующим значением избыточной температуры на торце (*Видин и др.*, 2007):

$$\vartheta(x=l)=\frac{\vartheta_0}{ch(ml)}=0,752\vartheta_0 .$$

3. Выводы

Произведенные расчеты дают основания полагать, что в общем случае радиальное ребро менее эффективно в тепловом отношении, чем подобное прямоугольное.

Литература

Видин Ю.В., Бойков Г.П., Колосов В.В., Ромащенко А.С. Краткий справочник по тепломассообмену. *Красноярск, Сибирский федеральный ун-т, политехнический институт*, 169 с., 2007.

Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. *М., Энергия*, 486 с., 1975.

Поспелов Д.Р. Двигатели внутреннего сгорания с воздушных охлаждением. *М., Машиностроение*, 535 с., 1971.

Сегал Б.И., Семендяев К.А. Пятизначные математические таблицы. *М., Гос. изд-во физико-математической литературы*, 464 с., 1962.