

УДК 1 (091)

Диалектика принципа соответствия и математический аппарат специальной теории относительности

О.А. Никонов

Политехнический институт МГТУ, кафедра физики

Аннотация. В статье рассмотрены некоторые аспекты действия принципа соответствия в специальной теории относительности. Данный принцип является одним из важнейших принципов физики, определяя характер смены физических теорий. В работе обсуждаются история возникновения и развития данного принципа, границы его применения.

Abstract. The paper considers some aspects of the principle of correspondence in the special theory of relativity. This principle is one of the most important principles of physics and determines the nature of change of physical theories. The origin and development of the principle, the limits of its application have been discussed in the paper.

Ключевые слова: методологический принцип, преобразования Лоренца, пространство, метрика, размерность, относительность
Key words: methodological principle, Lorentz transformation, space, metrics, dimension, relativity

1. Введение

Процесс возникновения и смены научных теорий подчиняется закону диалектического синтеза. В процессе прогрессивного развития каждая ступень, являющаяся результатом двойного отрицания – снятия, является синтезом предыдущих ступеней и воспроизводит на более высокой основе характерные черты, структуру исходной ступени развития.

Из трактовки развития, включающего в себя переходы от одних качеств к другим, следует, что никакое развитие невозможно без отрицания. Переход от евклидовой геометрии к неевклидовой может служить яркой иллюстрацией этого. Существуют два типа отрицания: деструктивное и конструктивное. Деструктивное отрицание разрушает систему, ведет к её распаду, ликвидации; здесь имеет место не регресс, а именно прекращение всякого развития, конец существования системы, её уничтожение. При деструктивном отрицании решающую роль играют внешние по отношению к системе факторы. Конструктивные отрицания, наоборот, обусловлены главным образом внутренними факторами, внутренними противоречиями. Система в этом случае содержит в себе своё собственное отрицание – самоотрицание. Оно представляет собой необходимый момент развития, обеспечивает связь низшего и высшего, менее совершенного и более совершенного. Возникновение и развитие неевклидовой геометрии с философской точки зрения является конструктивным самоотрицанием. Своеобразным регулятивом при самоотрицании математических теорий выступает принцип соответствия.

И. Лакатос отмечает двойственную роль, которую играет принцип соответствия в исследовательских программах. С одной стороны, это важный эвристический принцип, способствующий выдвижению множества научных гипотез, позволяющих, в свою очередь, обнаруживать новые факты. С другой стороны, он выступает в роли защитного механизма, позволяющего до предела использовать понятия классической теории (1995).

2. Принцип соответствия и диалектика Г.В.Ф. Гегеля

Гегель писал: "Первым выводом из всего сказанного является то, что вся история философии есть по своему существу внутренне необходимое, последовательное поступательное движение, которое разумно внутри себя и определяется своей идеей а priori; история философии должна подтвердить это на своем примере. От случайности мы должны отказаться при вступлении в область философии. Подобно тому, как необходимо развитие понятия в философии, точно так же необходима и её история; движущим же началом является внутренняя диалектика форм. Конечное ещё не истинно и не таково, каковым оно должно быть; для того, чтобы оно существовало, требуется определенность. Но внутренняя идея разрушает эти конечные формы; философия, не обладающая абсолютной, тождественной с содержанием формой, должна перейти, так как её форма не есть истинная форма". И далее: "К этому выводу непосредственно примыкает другой, а именно тот, что, так как процесс развития есть процесс все большего и большего определения, а последнее есть углубление идеи в самое себя и её самопостижение, то, следовательно, позднейшая, более молодая, новейшая философия является наиболее развитой,

богатой и глубокой. В ней должно сохраняться и содержаться всё то, что на первый взгляд кажется отошедшим в прошлое; сама она должна быть зеркалом всей истории" (Гегель, 1993).

"Если рассматривать наиболее значительные последовательности теорий, имевшие место в истории науки, то видно, что они характеризуются непрерывностью, связывающей их элементы в единое целое. Эта непрерывность есть не что иное, как развитие некоторой исследовательской программы, начало которой может быть положено самыми абстрактными утверждениями. Программа складывается из методологических правил: часть из них – это правила, указывающие, каких путей исследования нужно избегать (отрицательная эвристика), другая часть – это правила, указывающие, какие пути надо избирать и как по ним идти (положительная эвристика)" (Lacatos, 1970).

3. Принцип соответствия и естествознание XX века

Принято считать, что идея соответствия возникла в атомной физике как связующая нить между квантовой и классической механикой. Существенно то, что она реализуется во всех важнейших областях физики и математики. Идея соответствия, на наш взгляд, имеет глубокие корни.

Можно считать, что идея соответствия, как методологический принцип науки, родилась в трудах Г.В.Ф. Гегеля. Затем этот принцип был развит в математике Н.И. Лобачевским (*Лобачевский*, 1945) в процессе создания неевклидовой геометрии. Принцип соответствия, сформулированный *Н. Бором* (1970), является частнофизическим регулятивом. В наиболее общем виде этот принцип может быть представлен следующим образом: "Теории, справедливость которых была экспериментально установлена для определенной группы явлений, с появлением новых теорий не отбрасываются, но сохраняют своё значение для прежней области явлений как предельная форма и частный случай. Выводы новых теорий в той области, где была справедлива старая "классическая" теория, переходят в выводы классической теории" (*Дарвин*, 1958). Формализм новой теории, содержащий некоторый характеристический параметр, значения которого различны в старой и новой областях явлений, при надлежащем значении характеристического параметра переходит в математический аппарат старой теории.

Принцип соответствия фиксирует определенную историческую закономерность развития теоретической физики, с которым мы встречаемся не только в квантовой механике, но и, например, в теории относительности, статистической физике, оптике и электродинамике, в ядерной физике.

Идея соответствия возродилась в атомной физике как связующая нить между квантовой и классической механикой. Существенно то, что она реализуется во всех важнейших областях физики.

Квантовая механика является обобщением и уточнением классической механики для тел малых размеров и малых масс, когда существенной становится дискретность действия. Другое обобщение классической механики связано с переходом в область больших скоростей. Теория относительности является механикой тел, движущихся со скоростями, приближающимися к скорости света.

4. Специальная теория относительности

Одним из важнейших достижений классической механики было экспериментальное установление принципа относительности. Этот принцип расширил сферу значимости законов Ньютона на все бесконечное многообразие инерциальных систем отсчета.

В классической механике эта формулировка дополняется математическими соотношениями между координатами и временем одного и того же события в разных системах отсчета. Эти формулы перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой были названы преобразованиями Галилея.

Развитие электродинамики показало, что принцип относительности справедлив не только в области механики, но и в электродинамике. Однако сразу же обнаружилось одно принципиальное затруднение: при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой соответственно преобразованиям Галилея основные уравнения электродинамики в противоположность уравнениям механики меняют свою форму, что отрицает коренную идею принципа относительности – равноправие всех без исключения инерциальных систем отсчета. Таким образом, теоретическая физика вынуждена была констатировать резкое противоречие принципа относительности с законами электродинамики, хотя и принцип относительности и законы электродинамики были подтверждены экспериментально с точностью, не вызывающей никакого сомнения в их справедливости, и не было оснований жертвовать одним в ущерб другому.

Встала задача формулирования законов природы таким образом, чтобы была полностью реализована программа исключения из физики "абсолютного" пространства и времени. Эта программа была намечена уже в первом варианте теории относительности. Действительно, Эйнштейн показал, что для согласования принципа относительности и законов электродинамики необходимо изменить представления о пространстве и времени. Он использовал новые правила пересчета физических величин

при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой – правила, полученные ранее Лоренцем из других соображений.

Эти преобразования существенно отличались от преобразований Галилея, в них пространство и время утратило приписанный им в классической механике метафизический "абсолютный" характер. Они стали зависимыми от относительного движения тел.

При применении преобразований Лоренца для перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой уравнения Максвелла остаются неизменными. Это означает, что принцип относительности согласуется с законами электродинамики.

Уравнения Ньютона оказались неинвариантными относительно преобразований Лоренца. Эйнштейн нашел вид уравнений механики, инвариантный относительно преобразований Лоренца.

Теория относительности освободила физику от многих трудностей и противоречий, над преодолением которых безуспешно билась классическая физика, она революционизировала все физическое мышление и в новом свете представила коренную проблему науки – проблему взаимосвязи пространства, времени и движения материи (Кузнецов, 1979).

Но при всем этом теория относительности не отбросила классическую механику и ее принцип относительности, резюмированный в преобразованиях Галилея. Преобразования Галилея приобрели характер предельной формы преобразований Лоренца при условии, что скорости тел малы в сравнении со скоростью света. Точно так же все уравнения релятивистской механики в предельном случае малых скоростей переходят в уравнения классической механики. Или, что то же самое, – при допущении бесконечности скорости света ($c \rightarrow \infty$) возвращают нас к законам механики Ньютона. Таким образом, теория относительности рациональна только для прямолинейных равномерных движений и получила поэтому наименование специальной теории относительности.

Первым, кто понял, что теория относительности является отражением картины мира, принципиально отличной от привычной классической, и указал основные черты нового, более глубокого и более близкого к истине представления об устройстве мироздания, стал Герман Минковский.

Первая статья А. Эйнштейна по СТО была опубликована в 1905 г. Три года спустя Герман Минковский показал, что эта теория является отражением картины мира, радикально отличающейся от той, какую рисуют нам органы чувств, и какую на протяжении трёх веков признавала истинной классическая наука.

В теоретических построениях физики на протяжении всей истории её развития вплоть до конца XIX в. не подвергалась сомнению убежденность в абсолютной инвариантности таких характеристик материального мира, как расстояние в наблюдаемом пространстве (трёхмерном собственно евклидовом пространстве E^3), промежутки времени между событиями и масса тел.

5. Мир Минковского

Согласно Минковскому, мировое пространство имеет не три, а четыре измерения, а главное – не собственно евклидовы, а иные метрические свойства, названные впоследствии псевдоевклидовыми.

Подобно тому, как свойствами модели трёхмерного собственно евклидова пространства E^3 определяются возможности перемещения любых материальных точек со скоростями, пренебрежимо малыми по сравнению со скоростью света, так свойствами пространства Минковского определяются закономерности всех механических и электромагнитных явлений. Поэтому четырёхмерное пространство Минковского выступает в роли естественного обобщающего заменителя наблюдаемого пространства E^3 , включая в себя E^3 в качестве частной составляющей (подпространства).

Математическое понятие вектора обозначает прямолинейное перемещение из одной точки пространства в другую точку (направленный отрезок) и больше подходит на роль простейшего элемента пространства, чем отдельно взятая точка. Пространство – это не одна точка, а множество, или система точек. Именно с помощью векторов может быть выражено строение пространства. Две основные алгебраические операции над геометрическими векторами: сложение векторов и умножение векторов на вещественное число – определяются естественно и наглядно. Эти операции объединяют общим названием – линейные операции.

Наибольшее возможное число линейно независимых векторов в пространстве является важнейшей характеристикой пространства, называемой размерностью.

Мы не можем представить себе наглядно пространство с числом измерений больше трёх, однако имеем возможность аналитически выражать положение любой точки в четырёхмерном пространстве и определять в нём линейными векторными уравнениями не только прямые и плоскости, но даже различные трёхмерные подпространства, называемые гиперплоскостями. Больше того, всё это мы можем проделывать с математическими моделями пространств с любым числом измерений n . На вопрос, реализованы ли в природе пространства с числом измерений больше трёх, и какой физический смысл

могут иметь дополнительные измерения, призвана ответить физика. Возможности физических исследований сильно расширяются благодаря тому, что математики глубоко осмыслили строение наблюдаемого пространства и способны предложить различные модели других типов пространств. При этом установлено, что главной характеристикой пространства является его размерность и сформулировано её обобщённое определение.

Базисом пространства называется система векторов этого пространства, удовлетворяющая двум требованиям: 1) эта система линейно независима, и 2) любой вектор рассматриваемого пространства является линейной комбинацией векторов базиса.

Выберем в пространстве определённую точку в качестве всеобщего ориентира, местоположения, которую назовём полюсом. Всякий вектор, имеющий своим началом полюс, называется радиус-вектором.

Совокупность базиса и полюса пространства называется декартовой системой координат в этом пространстве.

Существующая в наблюдаемом пространстве соизмеримость непараллельных отрезков и определённость углов обусловлена наличием не только линейных, но и метрических свойств у этого пространства.

Операция скалярного умножения векторов ставит в соответствие любым векторам пространства вещественное число (скаляр), называемое скалярным произведением этих векторов.

Если в пространстве, представляющем собой множество векторов, над которыми можно выполнять две линейные операции, определено правило, по которому любой паре векторов ставится в соответствие вещественное число (их скалярное произведение), при соблюдении для любых векторов **a**, **b**, **c** и любого вещественного числа λ выполняются четыре требования (аксиомы):

$$\mathbf{a} \mathbf{b} = \mathbf{b} \mathbf{a}; \quad (1)$$

$$(\lambda \mathbf{a}) \mathbf{b} = \lambda (\mathbf{a} \mathbf{b}); \quad (2)$$

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \mathbf{c} = \mathbf{a} \mathbf{c} + \mathbf{b} \mathbf{c}; \quad (3)$$

$$\mathbf{a} \mathbf{a} > 0, \text{ если вектор } \mathbf{a} \text{ ненулевой}; \quad (4)$$

$$\mathbf{a} \mathbf{a} = 0, \text{ если вектор } \mathbf{a} \text{ нулевой}.$$

Говорят, что такое пространство имеет собственно евклидовы метрические свойства, и называют это пространство собственно евклидовым (Сазанов, 2008).

В классической физике мировое пространство является трёхмерным собственно евклидовым пространством. Для краткости мы будем называть его в дальнейшем наблюдаемым пространством. Именно таким представляется наблюдателю мировое пространство, хотя, как выясняется в теории Минковского, гораздо лучшим приближением к действительности является другая модель мирового пространства, отличающегося от наблюдаемого числом измерений и метрическими свойствами.

Четвёртая из аксиом была введена специально для того, чтобы построить алгебраическую модель пространства именно с такими метрическими свойствами, какие мы обнаруживаем в наблюдаемом пространстве. Если исключить условия из перечня обязательных требований к операции скалярного умножения векторов аксиому 4, но при этом не отказываться от определения длины вектора и угла между векторами, то можно получить следствия, на первый взгляд, абсурдные. Появляются, в частности, векторы, длины которых выражаются мнимыми числами.

Такая ситуация возникла в геометрии, предложенной Минковским при построении математического аппарата специальной теории относительности (Минковский, 1973). Пространство с такими свойствами называют псевдоевклидовым. Псевдоевклидово пространство имеет те же самые линейные свойства, что и привычное для нас собственно евклидово пространство, потому что линейные операции над векторами определены одинаково в этих двух типах пространств (удовлетворяют одному и тому же набору свойств). Главное отличие пространства Минковского от наблюдаемого пространства заключается в метрических свойствах. Поскольку метрические свойства пространства формируются и выражаются через операции скалярного умножения векторов, то именно в свойствах этой операции (в аксиомах, которым она удовлетворяет) заключается отличие псевдоевклидовой метрики от метрики собственно евклидовой. Система аксиом, определяющая операцию псевдоевклидова скалярного умножения векторов, отличается от системы аксиом собственно евклидова пространства только отсутствием аксиомы 4, т.е. тем, что условия аксиомы 4 выполняются не для всех векторов. При этом длина векторов и углы между векторами определяются аксиоматически такими же формулами, как для пространства собственно евклидова.

Характерной особенностью в псевдоевклидовой геометрии является именно присутствие в пространстве Минковского векторов с мнимой длиной и изотропных векторов, которые, не будучи нулевыми, имеют длину, равную нулю.

В обоих этих случаях указанное множество векторов мы будем считать принадлежащим одной и той же плоскости, называемой комплексной плоскостью. Комплексная плоскость в таком понимании отождествляется с четырёхмерным вещественным пространством, подобно тому, как однокомпонентные вещественные числа являются частным случаем более широкого понятия комплексного числа, собственно евклидова.

Главный вывод заключается в том, что метрические свойства комплексной плоскости E_C^4 , налагаемые на неё операцией комплексного умножения с системой аксиом, полностью совпадают с привычными метрическими свойствами вещественного двумерного собственно евклидова пространства E_R^2 , налагаемыми на двумерное вещественное пространство E_R^2 операцией скалярного умножения векторов и аксиомой 4. Можно показать, что ветви гиперболы оказываются собственно евклидовыми образами такой кривой, которая на псевдоевклидовой плоскости должна обладать главными свойствами окружности – одинаковой удалённости точек кривой от одной точки (центра).

Открытие псевдоевклидовой геометрии связано с отказом от четвёртой аксиомы скалярного умножения векторов. Сама эта аксиома вместе с разделением свойств пространства на линейные и метрические была осмыслена только в XX в. Таким образом, проявляется действие принципа соответствия. Геометрия псевдоевклидова пространства при отказе от четвёртой аксиомы переходит в евклидову геометрию. При стремлении к нулю мнимой части комплексного скалярного произведения уравнения псевдоевклидовой геометрии переходят в уравнения евклидовой геометрии, которая может рассматриваться как частный случай псевдоевклидовой геометрии.

6. Релятивистская квантовая механика

Релятивистская квантовая механика Дирака существенно отличается от нерелятивистской теории Шредингера. Но и здесь мы устанавливаем наличие определенного закономерного перехода между обеими теориями. В случае, когда скорость электрона мала, в сравнении со скоростью света, и последнюю можно считать бесконечной ($c \rightarrow \infty$), релятивистская квантовая теория Дирака переходит в нерелятивистскую квантовую механику; уравнение Дирака асимптотически переходит в уравнение Шредингера. Взаимосвязь релятивистской квантовой механики с другими физическими теориями обнаруживается и в другом предельном случае – тогда, когда можно пренебречь величиной кванта действия h и считать его равным нулю ($h \rightarrow 0$). В этом случае релятивистская квантовая механика переходит в механику теории относительности; уравнение Дирака асимптотически переходит в релятивистски обобщенное уравнение Гамильтона – Якоби. Если $c \rightarrow \infty$ и $h \rightarrow 0$, то релятивистская квантовая механика превращается в классическую ньютоновскую механику.

Для принципа соответствия этот факт имеет особо важное значение, т.к. он указывает, что этот принцип может выполняться не в полном объеме. Новая теория даже после предельного перехода в область малых скоростей оказывается нетождественной со старой теорией, а вскрывает дополнительные закономерности, оставшиеся незамеченными в старой теории.

Представляет интерес особый случай, в котором применение принципа соответствия в теории относительности оказывается невозможным. Речь идет о частицах, не имеющих массы (кванты электромагнитного поля и нейтрино). Из теории следует, что такие частицы могут существовать лишь в движении с единственно возможной скоростью $V = c$. Поэтому возможность предельного перехода $\beta = V/c \ll 1$ по отношению к таким частицам исчезает, и использование принципа соответствия становится беспредметным. Это обстоятельство является совершенно естественным, т.к. с точки зрения классической физики, существование частиц без массы невозможно, ибо они лишены основных атрибутов материи – энергии и импульса.

С точки зрения релятивистской физики, всякая частица, обладающая энергией, обладает и импульсом, и является столь же реальным объектом, как и все остальные.

Принцип соответствия не распространяется и на релятивистское соотношение массы и энергии.

7. Заключение

В заключении следует отметить, что принцип соответствия применим только в отношении математического аппарата теории и не затрагивает её физической интерпретации.

Эффективность действия принципа соответствия становится более полной только в сочетании с другими методологическими принципами физики, такими как принцип дополнительности, симметрии и др. Принцип соответствия в их числе является важнейшим. Правильность предшествующей теории объясняется на основе онтологических представлений о новой. Этот принцип ведёт к такому переосмыслению и переформулированию старой теории, при котором она находит свою область применения в рамках новой – как предельный случай.

Литература

- Lacatos I.** Falsification and the methodology of scientific research programs. *In: Criticism and the Growth of Knowledge: Proc. the Intern. Coloq. in Philos. of Sci., Cambridge*, p. 132-154, 173-177, 1970.
- Бор Н.** О спектре водорода. *Избр. научн. тр., М.*, т. 1, с. 152-167, 1970.
- Гегель Г.В.Ф.** Лекции по истории философии. Введение. В 3 кн. Книга первая. *СПб., Наука*, 350 с., 1993.
- Дарвин Ч.** Открытие атомного номера. *Под ред. В. Паули, М., Иностранная литература*, с. 9-22, 1958.
- Кузнецов И.В.** Принцип соответствия в современной физике и его философское значение. *В кн.: Принцип соответствия. Историко-методологический анализ. М., Наука*, с. 316, 1979.
- Лакатос И.** Методология научных исследовательских программ. *Вопросы философии*, № 4, с. 135-154, 1995.
- Лобачевский Н.И.** Геометрические исследования по теории параллельных линий. *М.-Л., Изд-во АН СССР*, 176 с., 1945.
- Минковский Г.** Пространство и время. Принцип относительности. *Сб. работ по специальной теории относительности. М., Атомиздат*, с. 167-180, 1973.
- Сазанов А.А.** Четырёхмерная модель мира по Минковскому. *М., ЛКИ*, 288 с., 2008.