

УДК 550.385.4 : 551.510.535/.537

М.А. Волков

Расчет потока электромагнитной энергии над дугой сияния

M.A. Volkov

The calculation of the electromagnetic energy flow over the auroral arc

Аннотация. В работе представлены расчеты электрического поля в дуге полярного сияния. Токи, втекающие и вытекающие из дуги, были заданы модельно; токи, протекающие поперек дуги, рассчитывались с учетом процессов ионизации и рекомбинации в ионосфере. На основе этих расчетов построена модель потока вектора Пойтинга над дугой сияния.

Abstract. In the work some solutions for the electric field across the auroral arc have been presented. The currents flowing into and from the arc have been specified by the model; the currents flowing across the arc have been calculated taking into account the ionization and recombination processes in the ionosphere. On the basis of the calculations the model of the Poynting vector over the arc has been constructed.

Ключевые слова: ионосфера, авроральная дуга, продольные токи, вектор Пойтинга
Key words: ionosphere, auroral arc, field-aligned currents, the Poynting vector

1. Введение

Проблема расчета ионосферных и магнитосферных механизмов генерации дуги полярного сияния является актуальной. Энергия в дугу сияния может поступать как в корпускулярной форме, так и в электромагнитной. Возможны также переходы из одной формы энергии в другую. В ряде работ рассмотрена ситуация, когда поток электромагнитной энергии направлен из дуги сияния в магнитосферу (Atkinson, 1970; Sato, Holzer, 1973; Леонтьев, Ляцкий, 1982; Haerendel, 2008). Поток энергии из дуги может возвращаться обратно, отразившись от сопряженной ионосферы (Sato, Holzer, 1973) или от области дивергенции поперечного тока в магнитосфере (Леонтьев, Ляцкий, 1982; Haerendel, 2008). Прямые измерения потоков электромагнитной энергии над дугами дают противоречивые результаты, т.к. измеряется мгновенное, сильно флуктуирующее значение вектора Пойтинга. Выделение же постоянной составляющей этого вектора затруднено по причине короткого временного промежутка наблюдений из-за малых поперечных размеров дуги сияния (Marghitu et al., 2009). В настоящей работе приведены модельные расчеты электрического поля и токов, протекающих поперек дуги полярного сияния; на основании этих расчетов построена модель потока вектора Пойтинга над дугой сияния. Входными параметрами модели являлись токи, втекающие и вытекающие из дуги сияния. При расчете концентрации плазмы в дуге учитывались процессы ионизации, рекомбинации и переноса заряженных частиц. Источник ионизации в дуге сияния моделировался вытекающим из дуги током.

2. Система основных уравнений

Уравнение непрерывности для электронов с учетом процессов ионизации и рекомбинации имеет следующий вид:

$$\partial n / \partial t + \operatorname{div}(n\mathbf{v}) = \alpha(j_{\parallel}^2) - r(n^2 - n_0^2), \quad (1)$$

где n , \mathbf{v} – концентрация и скорость электронов; n_0 – фоновое значение концентрации; r – коэффициент рекомбинации (квадратичный закон рекомбинации выполняется для высот E -слоя); $\alpha(j_{\parallel}^2)$ – мощность ионизации, зависящая от плотности продольного тока j_{\parallel} ; $\alpha = 0$ для втекающего тока.

Квадратичную зависимость мощности ионизации от вытекающего тока можно обосновать следующим образом. Поток высыпавшихся электронов пропорционален j_{\parallel} . Средняя энергия высыпавшихся в дугу электронов пропорциональна ускоряющей разности потенциалов между ионосферой и магнитосферой, которую можно считать также пропорциональной току. Тогда поток энергии электронов (мощность ионизации) $\sim j_{\parallel}^2$. Полный ток \mathbf{j} вдоль и поперек магнитного поля в ионосфере удовлетворяет уравнению непрерывности:

$$\operatorname{div}\mathbf{j} = 0. \quad (2)$$

Используем прямоугольную систему координат (рис. 1), ось y направим на восток, ось x – к полюсу, ось z – вниз, вдоль магнитного поля (Северное полушарие). Дуга сияния вытянута вдоль оси y .

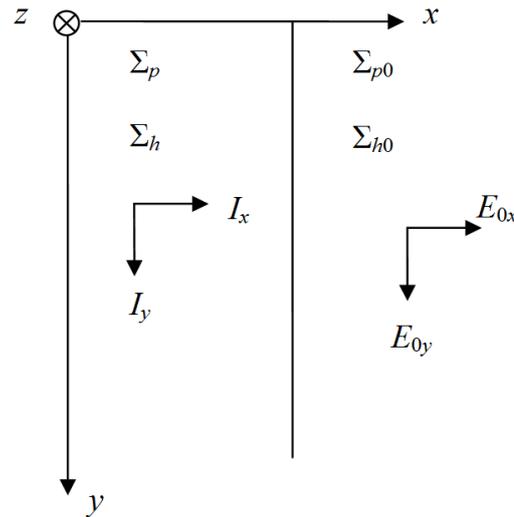


Рис. 1. Модельное изображение дуги полярного сияния: E_{0y}, E_{0x} – электрическое поле крупномасштабной ионосферной конвекции; $\Sigma_{p0}, \Sigma_{h0}, \Sigma_p, \Sigma_h$ – проинтегрированные по высоте ионосферы проводимости Педерсена (p) и Холла (h) вне дуги (индекс равен нулю) и внутри дуги; $I_{x,y}$ – интегральный ионосферный ток в дуге сияния

В дуге сияния будем считать выполненным условие $\partial/\partial y = 0$. На высоте E -слоя частоты столкновения ионов с нейтральными частицами $v_{in} \gg \omega_i$ (ионной гирочастоты), для электронов это соотношение будет обратным $v_{en} \ll \omega_e$, тогда основной вклад в Σ_p дают ионы, а в проводимость Σ_h – электроны. Электроны движутся поперек магнитных силовых линий со скоростью электрического дрейфа $v = E/B$, где B – магнитная индукция в ионосфере. Вдоль магнитных силовых линий движение электронов переносит продольный ток в дугу или из дуги сияния. Амбиполярной диффузией электронов и ионов вдоль магнитных силовых линий пренебрегаем, в этом случае движение ионов будет направлено только поперек магнитных силовых линий.

Проинтегрировав уравнения (1), (2) вдоль магнитного поля по высоте ионосферы, получим уравнения, зависящие только от координаты x и времени t :

$$\frac{\partial N}{\partial t} + E_{0y}/B \frac{\partial N}{\partial x} = \alpha(j_z^2)h + j_z/e - r'(N^2 - N_0^2)/h, \quad (3)$$

$$E_x \Sigma_p = I_z(x) + (\Sigma_h - \Sigma_{h0})E_{0y} + \Sigma_{p0}E_{0x}, \quad (4)$$

где $I_z = \int_0^x j_z dx$ – ток, втекающий в дугу; $N = \int_0^h ndz$ – проинтегрированная по высоте ионосферы концентрация электронов; N_0 – фоновое значение интегральной концентрации; h – высота ионосферы; e – элементарный заряд; $\Sigma_{p,h} = \int_0^h \sigma_{p,h}(z) dz$.

Зададим изменение концентрации n в зависимости от высоты z в E -слое ионосферы формулой

$$n(z,x) = n(x) \exp(-(z - z_0)^2/h^2),$$

где z_0 – высота максимума E -слоя. Для этой модели распределения концентрации:

$$N = \int_{-\infty}^{\infty} n(x) \exp(-(z - z_0)^2/h^2) dz, \quad \int_{-\infty}^{\infty} n^2 dz = \int_{-\infty}^{\infty} n(x)^2 \exp(-2(z - z_0)^2/h^2) dz -$$

можно показать, что $\frac{N^2}{h\sqrt{2\pi}} = \int_{-\infty}^{\infty} n^2 dz$; в уравнении (3) $r' = r/(2\pi)^{1/2}$.

В E -слое проводимости $\sigma_{p,h}$ зависят не только от концентрации n , но и от отношения v_{in}/ω_i , проводимость σ_h зависит практически только от n и пропорциональна n . Для E -слоя $\sigma_p/\sigma_h \approx (v_{in}/\omega_i)/(1 + (v_{in}/\omega_i)^2) = f(z)$. Изменение этой функции в зависимости от высоты приведено в работе (Ляцкая и др., 1987). Максимальное значение $f(z) = 0.5$ отмечается на высоте 130 км. Характерный масштаб убывания $f(z)$ равен 30-50 км ниже и выше высоты максимума. Принимая $z_0 = 130$ км, $h = 100$ км и задавая изменение $f(z)$ подобно $n(z)$, получим $\Sigma_h/\Sigma_p = 2^{3/2}$, где интегральная проводимость $\Sigma_h \approx eN/B$. Зададим

другие параметры: $r = 4 \cdot 10^{-13} \text{ м}^3/\text{с}$; $N_0 = 10^{16} \text{ м}^{-2}$; $E_{0y} = -10^{-2} \text{ В/м}$ (поле направлено к западу); $E_{0x} = 0$; поперечные размеры дуги сияния – 30 км. Параметр α оценим следующим образом: $\alpha(j_z^2)h = q$, где $q = j_q \varepsilon / \varepsilon_i$ – мощность ионизации; j_q – плотность потока электронов; ε – энергия высвобождающихся частиц; ε_i – энергия ионизации. Принимая $j_q = 10^{14} \text{ эл./ (м}^2 \cdot \text{с)}$, $\varepsilon = 6 \text{ кэВ}$, $\varepsilon_i = 30 \text{ эВ}$, $j_z = 10^{-5} \text{ А/м}^2$ (Hardy et al., 1982), получим $\alpha = 2 \cdot 10^{21} \text{ м/(с} \cdot \text{А}^2)$.

3. Распределение концентрации и электрического поля, ориентированного поперек дуги

Система уравнений (3), (4) решалась численно. На рис. 2b, c приведены результаты расчетов относительной интегральной концентрации N/N_0 и поперечного электрического поля E_x/E_{0y} для заданного распределения продольного тока j_z , А/км^2 (рис. 2a). В центре дуги электрическое поле отрицательно и направлено против тока, текущего поперек дуги ($I_x > 0$).

4. Поток электромагнитной энергии над дугой сияния

Определим величину удельных джоулевых потерь q в дуге полярного сияния:

$$q = \mathbf{I} \cdot \mathbf{E},$$

где $\mathbf{I} = (E_x \Sigma_p - \Sigma_h E_{0y}) \mathbf{e}_x + (\Sigma_p E_{0y} + \Sigma_h E_x) \mathbf{e}_y$; $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_{0y} \mathbf{e}_y$; $\mathbf{e}_{x,y}$ – единичные векторы, направленные вдоль осей x и y . Таким образом,

$$q = \Sigma_p (E_x^2 + E_{0y}^2). \quad (5)$$

Поток электромагнитной энергии $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$.

Напряженность магнитного поля \mathbf{H} определяется магнитным полем продольного тока j_z и полем ионосферного тока \mathbf{I} . В случае однородной ионосферы магнитные поля, создаваемые продольным током и током Педерсена I_p , одинаковы по величине и направлению над токовым слоем (ионосферой), но противоположны по направлению под ним. Результирующее магнитное поле токов j_z и I_p ниже ионосферы будет равно нулю. Напряженность магнитного поля над ионосферой тогда можно записать так:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{e}_z, (\mathbf{I}_p + \mathbf{I}_h/2)].$$

С учетом данной формулы выражение для \mathbf{P} примет следующий вид:

$$\mathbf{P} = \Sigma_p (E_x^2 + E_{0y}^2) \mathbf{e}_z.$$

Это выражение совпадает с формулой для расчета удельных потерь электромагнитной энергии в ионосфере (5).

Перепишем выражение для \mathbf{P} несколько другим образом:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_{xy} + \mathbf{P}_{yx} \quad (6)$$

$$\mathbf{P}_{xy} = E_x H_y \mathbf{e}_z = (\Sigma_p E_x^2 - \Sigma_h E_{0y} E_x / 2) \mathbf{e}_z, \quad (7)$$

$$\mathbf{P}_{yx} = -E_{0y} H_x \mathbf{e}_z = (\Sigma_p E_{0y}^2 + \Sigma_h E_{0y} E_x / 2) \mathbf{e}_z. \quad (8)$$

Слагаемые в формуле (6) представляют собой плотности потока электромагнитной энергии с определенной поляризацией электрического и магнитного полей: \mathbf{P}_{xy} – потока, в котором электрическое поле направлено поперек дуги; \mathbf{P}_{yx} – потока с электрическим полем, направленным вдоль дуги.

На рис. 2d, e приведены рассчитанные значения q , P_{xy} и P_{yx} (над дугой сияния). В рассматриваемом случае $P_{xy} < 0$, поток с поперечным электрическим полем направлен из дуги в магнитосферу; $P_{yx} > 0$, поток с продольным электрическим полем направлен в дугу из магнитосферы. Из выражений (7), (8) также следует, что поток из ионосферы над дугой не может быть больше потока из магнитосферы, следовательно, генератор дуги должен находиться в магнитосфере. С другой стороны, существование потока энергии электромагнитного поля иной поляризации в магнитосферу свидетельствует о том, что ионосферу нельзя рассматривать как простую нагрузку магнитосферного генератора. Этот поток, возможно, играет значительную роль в механизмах генерации дуг сияний. Наличие потока электромагнитной энергии из дуги является также причиной неоднозначности в определении направления потоков электромагнитной энергии над дугами сияний в процессе анализа экспериментальных данных. По измерениям электрического и магнитного полей с пространственными масштабами от нескольких километров до нескольких сотен километров на ионосферном уровне, полученным со спутника Dynamics Explorer 2, потоки вектора Пойтинга из ионосферы наблюдаются в 5 % случаев (Golovchanskaya, Maltsev, 2004). В то же время не все рассмотренные в этой работе события можно отнести к дугам полярных сияний.

Выражения (7-8) являются точными только для однородной ионосферы, в случае неоднородной ионосферы множитель перед вторыми слагаемыми в данных формулах станет другим, но, скорее всего, изменится незначительно, т.е. картина распределения потоков сохранится.

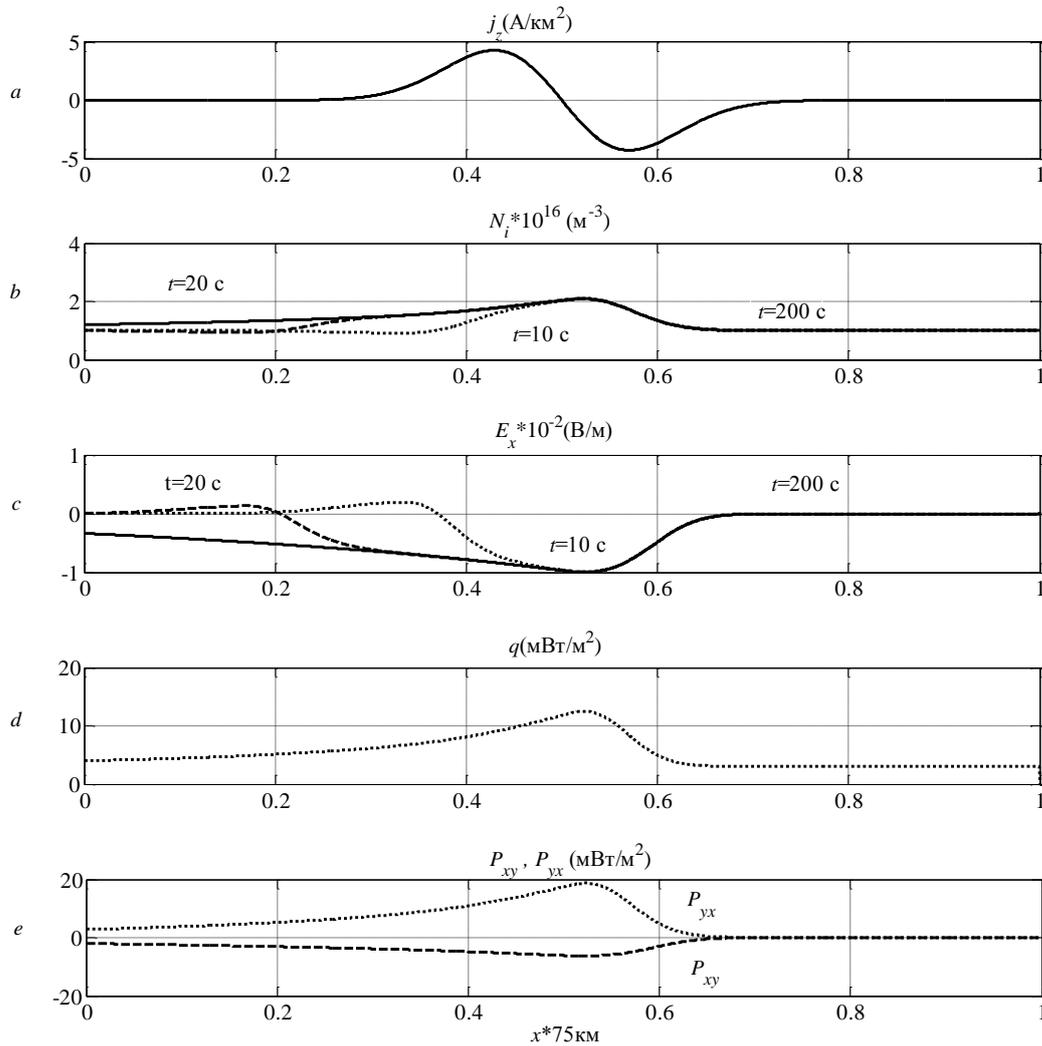


Рис. 2. Результаты численного моделирования: *a* – модельное распределение продольного тока над дугой сияния; *b* – расчетное распределение интегральной концентрации N над дугой сияния в разные моменты времени, характерное время установления стационарного решения ~ 100 с; *c* – расчетные значения электрического поля поперек дуги сияния в разные моменты времени; *d* – удельные джоулевые потери q над дугой сияния; *e* – составляющие вектора Пойтинга над дугой сияния P_{xy} и P_{yx}

5. Выводы

Вектор Пойтинга над дугой сияния может быть представлен суммой двух слагаемых, каждое из которых определяет плотность потока энергии электромагнитного поля определенной поляризации; в этих потоках электрическое поле ориентировано поперек или вдоль дуги.

Электрическое поле поперек дуги полярного сияния может быть направлено противоположно поперечному электрическому току. В этом случае вектор Пойтинга с поперечной поляризацией электрического поля направлен из дуги сияния в магнитосферу.

Полный вектор Пойтинга всегда направлен в дугу из магнитосферы и равен удельным джоулевым потерям. Величина вектора Пойтинга продольной поляризации над дугой сияния достигает 20 мВт/м^2 , поперечной – 5 мВт/м^2 .

Литература

- Atkinson G.** Auroral arcs: Result of the interaction of a dynamic magnetosphere with the ionosphere. *J. Geophys. Res.*, v. 75, p. 4746-4755, doi:10.1029/JA075i025p04746, 1970.
- Golovchanskaya I.V., Maltsev Yu.P.** On the direction of the Poynting flux related to the mesoscale electromagnetic turbulence at high latitudes. *J. Geophys. Res.*, v. 109, N A10203, doi:10.1029/2004JA010432, 2004.
- Haerendel G.** Auroral arcs as current transformers. *J. Geophys. Res.*, v. 113, N A07205, doi:10.1029/2007JA012947, 2008.
- Hardy D.A., Burke W.J., Gussenhoven M.S.** DMSP optical end electron measurements in the vicinity of polar cap arcs. *J. Geophys. Res.*, v. 87, N A4, p. 2413-2430, 1982.
- Marghito O., Karlsson T., Klecker B., Haerendel G., McFadden J.** Auroral arc and oval electrodynamic in the Harang region. *J. Geophys. Res.*, v. 114, N A03214, doi:10.1029/2008JA013630, 2009.
- Sato T., Holzer T.E.** Quiet auroral arcs and electrodynamic coupling between the ionosphere and the magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, v. 78, N 7, p. 7314-7329, 1973.
- Леонтьев С.В., Ляцкий В.Б.** Генерация дуги полярного сияния. *Геомагнетизм и аэронаука*, т. 22, № 2, с. 318-323, 1982.
- Ляцкая А.М., Ляцкий В.Б., Мальцев Ю.П.** Влияние продольных токов на профиль электронной концентрации. *Геомагнетизм и аэронаука*, т. 18, № 2, с. 229-234, 1987.

References

- Atkinson G.** Auroral arcs: Result of the interaction of a dynamic magnetosphere with the ionosphere. *J. Geophys. Res.*, v. 75, p. 4746-4755, doi:10.1029/JA075i025p04746, 1970.
- Golovchanskaya I.V., Maltsev Y.P.** On the direction of the Poynting flux related to the mesoscale electromagnetic turbulence at high latitudes. *J. Geophys. Res.*, v. 109, N A10203, doi:10.1029/2004JA010432, 2004.
- Haerendel G.** Auroral arcs as current transformers. *J. Geophys. Res.*, v. 113, N A07205, doi:10.1029/2007JA012947, 2008.
- Hardy D.A., Burke W.J., Gussenhoven M.S.** DMSP optical end electron measurements in the vicinity of polar cap arcs. *J. Geophys. Res.*, v. 87, N A4, p. 2413-2430, 1982.
- Marghito O., Karlsson T., Klecker B., Haerendel G., McFadden J.** Auroral arc and oval electrodynamic in the Harang region. *J. Geophys. Res.*, v. 114, N A03214, doi:10.1029/2008JA013630, 2009.
- Sato T., Holzer T.E.** Quiet auroral arcs and electrodynamic coupling between the ionosphere and the magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, v. 78, N 7, p. 7314-7329, 1973.
- Leont'ev S.V., Lyatskiy V.B.** Generatsiya dugi polyarnogo siyaniya [Generation of auroral arcs]. *Geomagnetizm i aeronomiya*, v. 22, N 2, p. 318-323, 1982.
- Lyatskaya A.M., Lyatskiy V.B., Maltsev Yu.P.** Vliyaniye prodolnykh tokov na profil elektronnoy kontsentratsii [Influence of longitudinal currents on the electron density profile]. *Geomagnetizm i aeronomiya*, v. 18, N 2, p. 229-234, 1987.

Информация об авторе

Волков Михаил Анатольевич – Политехнический институт МГТУ, кафедра физики, канд. техн. наук, доцент, e-mail: volkovma@mstu.edu.ru

Volkov M.A. – Polytechnic Institute of MSTU, Physics Department, Cand. of Tech. Sci., Associate Professor, e-mail: volkovma@mstu.edu.ru