

УДК 622.831

Н.Н. Кузнецов

**К вопросу об определении количества опытов,
надежности и точности результатов при изучении
физико-механических свойств горных пород**

N.N. Kuznetsov

**On the question of determining the amount of experiments,
reliability and accuracy of the results in the study
of physical-mechanical properties of rocks**

Аннотация. Проведен сравнительный анализ методов определения количества необходимых опытов, точности и надежности результатов применительно к задачам исследования физико-механических свойств горных пород. Рассмотрены преимущества и недостатки уже существующей специализированной методики определения пределов прочности на сжатие образцов пород. На основании проведенного исследования предложен оптимальный подход для решения широкого круга геомеханических задач, связанных с использованием параметров свойств горных пород.

Abstract. A comparative analysis of the methods for determining the required amount of experiments, the accuracy and reliability of the results of physical-mechanical rock properties study has been conducted. The advantages and disadvantages of the existing specialized method for determining the compressive strength of the samples have been discussed. On the basis of the investigation the optimal approach has been proposed to solve a wide range of the problems associated with the rock properties' parameters using.

Ключевые слова: физико-механические свойства, количество опытов, точность, надежность, предел прочности на сжатие
Key words: physical-mechanical properties, amount of experiments, accuracy, reliability, uniaxial compression strength

1. Введение

Изучение физико-механических свойств горных пород является одним из приоритетных направлений в геомеханике. Ему посвящено множество работ (Н.Н. Кузнецов, Пак, 2014; Ломтадзе, 1990; Ильницкая, 1969; Турчанинов, 1967; Барон и др., 1962; Г.Н. Кузнецов, 1947 и др.), разработаны государственные стандарты (*Породы горные*, 1984; 1985 и др.). Помимо изучения и определения свойств горных пород, большое внимание уделяется способам обработки полученных результатов. С этой целью прибегают к использованию методов математической статистики, достаточно подробно представленных в работах (Турчанинов, 1967; Налимов, 1960; Романовский, 1947 и др.), которые, несмотря на продолжительный срок существования, не потеряли своей актуальности и по сей день.

В настоящее время с развитием науки и техники с каждым годом появляются и совершенствуются новые виды приборов и оборудования, позволяющие получать результаты с высокой точностью (погрешность до 1,5 %). Разрабатываются новые способы изучения физико-механических свойств горных пород. Возникает необходимость проанализировать существующие методы обработки результатов экспериментальных исследований и провести их корректировку в целях адаптации к современным задачам геомеханики.

В связи с этим проведен сравнительный анализ методов оценки необходимого количества определений, надежности и точности результатов испытаний образцов горных пород. На основании этого анализа предложен подход, оптимальный, по нашему мнению, для решения большинства задач, связанных с использованием параметров свойств горных пород.

2. Определение количества необходимых опытов

При решении геомеханических задач, связанных с измерением значений различных параметров, таких как пределы прочности пород при разрушении, параметры деформируемости и т.д., необходимо заранее определить оптимальное число экспериментов, что позволяет сократить объем исследований и сроки их выполнения.

Для определения количества опытов, необходимого для получения среднего значения искомой величины с заданной точностью и надежностью, применяют методику, основывающуюся на классической теории ошибок. В соответствии с этой теорией по результатам предварительных испытаний определяют

величины коэффициента вариации v и показателя точности P (Рожков, 2014). Затем задают уровень значимости (надежности) и устанавливают значение достоверности t по статистической таблице. На основании полученных данных определяют необходимое число опытов (n) по формуле (1):

$$n = (vt/P)^2. \quad (1)$$

Применение этой методики оправдано при большом числе опытов. Однако в том случае, когда это число невелико, используют методику В.И. Романовского (1947), позволяющую сократить число опытов (в некоторых случаях – до двух).

Необходимое число опытов по Романовскому определяют по следующим формулам:

$$q = (t_\alpha/n^{1/2}) = \varepsilon/\sigma, \quad (2)$$

$$n = (t_\alpha\sigma/\varepsilon)^2, \quad (3)$$

где q – относительная ошибка измерений; t_α – значение критерия Стьюдента; ε – точность измерений; σ – среднее квадратическое отклонение измеряемой величины.

Рожковым и Неверовым (2014) на основе методики Романовского построена таблица (табл. 1), позволяющая определить число опытов с требуемой точностью ε , надежностью α и известным средним квадратическим отклонением σ измеряемой величины, которая устанавливается по данным предварительных экспериментов. Зная значение относительной ошибки измерений q , которая вычисляется по формуле (2), и с учетом принятой надежности по табл. 1, определяется необходимое число опытов. Например, на 5 образцах ийолита по результатам предварительных измерений скорости продольной волны среднее арифметическое значение составило 5 200 м/с, среднее квадратическое отклонение – 255 м/с. Требуется определить необходимое количество измерений с надежностью 95 % и погрешностью 5 %. Для этого устанавливают значение точности $\varepsilon = 5\,200 \times 0,05 = 260$ м/с и вычисляют относительную ошибку $q = 1$ по формуле (2). По табл. 1 значениям надежности $\alpha = 95\%$ и ошибки $q = 1$ соответствует число опытов, равное 6, т.е. необходимо выполнить дополнительно еще одно измерение.

Таблица 1. Зависимость между числом опытов, надежностью и относительной ошибкой измерений (Рожков, 2014)

Число опытов n	Надежность α (%)			
	70	80	90	95
2	1,388	–	–	–
3	0,771	0,819	–	–
4	0,625	0,819	1,176	–
5	0,532	0,686	0,953	–
6	0,472	0,603	0,823	1,050
7	0,429	0,544	0,734	0,925
8	0,396	0,500	0,670	0,836
10	0,348	0,437	0,580	0,715
12	0,314	0,393	0,518	0,635
14	0,288	0,361	0,473	0,577
16	0,269	0,335	0,438	0,533
19	0,245	0,305	0,398	0,482
22	0,227	0,282	0,367	0,443

Л.И. Бароном (Барон и др., 1962) предложен метод, позволяющий определить необходимое число опытов по значению отношения точности (ε) к коэффициенту вариации (v), и разработана соответствующая таблица (табл. 2).

Помимо этого Л.И. Бароном определены ориентировочные значения коэффициентов вариации для различных параметров физико-механических свойств пород (табл. 3).

Например, необходимо найти число определений для испытаний образцов железной руды на сдвиг с точностью 10 %. Согласно табл. 3 коэффициент вариации в этом случае изменяется от 15 до 40 %. Для решения поставленной задачи примем его значение, равное 20 %. Тогда, в соответствии с табл. 2 при соотношении $\varepsilon/v = 10/20 = 0,5$, необходимое число экспериментов равно 15.

Подобные подходы к определению числа опытов также разрабатываются за рубежом, например (Ruffolo, 2009). В этой работе представлены зависимости (см. рис.) между минимальным количеством экспериментов и значением коэффициентов вариации, полученные по результатам испытаний образцов песчаника, известняка, мрамора, гранита и сланца. Согласно (Ruffolo, 2009), чем больше величина коэффициента вариации, тем большее число опытов требуется провести.

Таблица 2. Определение необходимого числа опытов (Барон и др., 1962)

ε/v	Необходимое число опытов (n)
2,000	1
1,386	2
1,132	3
0,980	4
0,876	5
0,800	6
0,741	7
0,693	8
0,653	9
0,620	10
0,591	11
0,568	12
0,544	13
0,524	14
0,506	15
0,490	16
0,475	17
0,462	18
0,450	19
0,438	20

Таблица 3. Значения коэффициентов вариации для различных параметров свойств пород (Барон и др., 1962)

Виды испытаний	Ориентировочные значения v (%)
Обычные методы определения объемного веса	3-7
Определение пористости	4-36
Определение водопоглощения	6-40
Определение временного сопротивления одноосному сжатию на кернах диаметром 32 мм для пород с коэффициентом крепости по шкале М.М. Протодьяконова:	
$f < 4$	30-40
$f = 4-10$	30-25
$f = 10-15$	25-20
$f > 15$	20-15
Определение временного сопротивления растяжению	20-60
Определение временного сопротивления сдвигу	15-40
Определение временного сопротивления изгибу	20-60
Определение статической твердости	4-30
Определение динамической твердости	6-30
Определение абразивности	15-40

Для реализации методов Романовского, Рожкова и Неверова при определении значений σ и v требуется провести некоторое количество предварительных испытаний. При этом их может оказаться больше, чем нужно, что приведет к неоправданному увеличению объема работ. С другой стороны, может возникнуть ситуация, когда число опытов окажется недостаточным, а их увеличение приведет к изменению значения среднеквадратического отклонения, что, в свою очередь, может повлиять на окончательное число опытов. Последнее утверждение весьма актуально применительно к измерениям, проводящимся в массиве и на образцах, так как в этих случаях разброс значений искомых величин может быть значителен из-за высокой степени неоднородности исследуемых объектов.

Классический подход обладает теми же недостатками, что и вышеуказанные методы. Различие между ними заключается лишь в способах расчета количества опытов. То же характерно и для метода Барона, однако стоит отметить, что в нем предпринята попытка заранее предоставить значения коэффициентов вариации. Так, при определении временного сопротивления растяжению значения коэффициента вариации выбираются из интервала от 20 до 60 %, сдвигу – от 25 до 40 % и т.д. Но в этом

случае, как и у (Ruffolo, 2009), стоит с осторожностью прибегать к использованию предоставленных значений и больше ориентироваться на собственные экспериментальные результаты, о чем говорится в работе (Hadjigeorgiou, 2009), поскольку в каждой конкретной ситуации число проводимых опытов может сильно различаться в зависимости от значений коэффициента вариации и надежности.

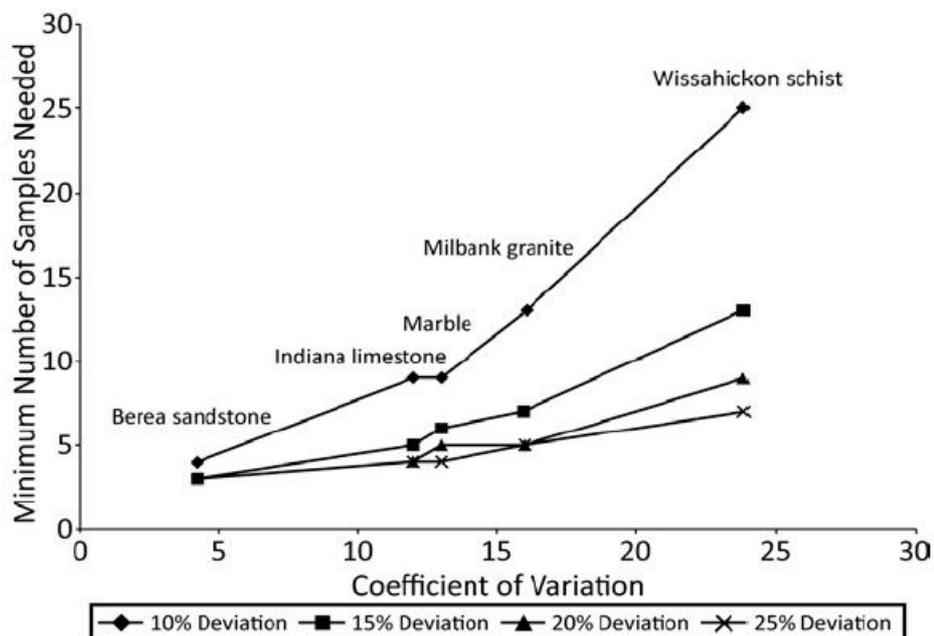


Рис. Минимальное количество образцов, необходимое для оценки среднего значения предела прочности при одноосном сжатии, устанавливаемое по значениям коэффициента вариации (Ruffolo, 2009)

3. Точность и надежность результатов измерения

Под точностью понимают степень близости среднего арифметического значения к истинной величине изучаемого параметра. Точность результатов измерения главным образом связана с понятием "доверительный интервал", т.е. с интервалом, в который попадают все значения, близкие к истинному, с заданным коэффициентом надежности. С целью определения этого интервала часто прибегают к использованию правила трех сигм (3σ), исходя из того, что практически все значения нормально распределенной случайной величины лежат в пределах от $x_{cp} - \sigma$ до $x_{cp} + \sigma$ (где x_{cp} – среднее арифметическое значение измеряемой величины). В этом случае в качестве показателя для оценки точности результатов выступает среднее квадратическое отклонение σ , которому соответствует доверительная вероятность $\alpha = 0,68$, а величинам 2σ и 3σ – 0,95 и 0,99 соответственно (Турчанинов, 1967). При этом для особо точных измерений используют показатель 2σ . Однако следует отметить, что правило трех сигм хорошо работает только в тех случаях, когда имеется большое число результатов измерений. Если же их число небольшое, порядка 5-6, то среднее квадратическое отклонение будет содержать заметную погрешность и приводить к неточности при определении доверительного интервала.

Например, среднее арифметическое предельных нагрузок на 8 образцах мрамора при одноосном сжатии равно 150 кН, среднее квадратическое отклонение – 12 кН. Для определения доверительного интервала примем величину показателя точности измерения 2σ , которая соответствует надежности 0,95. Следовательно, доверительный интервал, в котором находится истинное значение, будет выглядеть следующим образом: $x = x_{cp} \pm 2\sigma = 150 \pm 24$ кН.

Для увеличения степени надежности и точности результатов при любом количестве измерений используют другой метод – критерий Стьюдента. В этом случае необходимо задаться доверительной вероятностью (надежностью) α и вычислить доверительный интервал (4):

$$x = x_{cp} \pm t_{\alpha} \sigma / \sqrt{f}, \quad (4)$$

где t_{α} – критерий Стьюдента, значение которого определяется по табл. 4; σ – среднее квадратическое отклонение; f – степень свободы, равная $n - 1$ (n – число опытов).

Например, при измерении значений предельной нагрузки на 8 образцах мрамора (среднее арифметическое – 150 кН) необходимо определить значение критерия (t_{α}). Для 8 опытов при надежности 0,95 оно будет равно 2,36. Тогда доверительный интервал, вычисленный по формуле (4), будет иметь следующий вид: $x = 150 \pm (2,36 \times 12) / \sqrt{7} = 150 \pm 11$ кН.

Таблица 4. Таблица значений критерия Стьюдента (Браунли, 1949)

<i>n</i>	α			
	0,80	0,90	0,95	0,99
2	3,07	6,31	12,71	63,66
3	1,89	2,92	4,30	9,92
4	1,64	2,35	3,18	5,84
5	1,53	2,13	2,78	4,60
6	1,48	2,02	2,57	4,03
7	1,50	1,94	2,45	3,71
8	1,42	1,89	2,36	3,50
9	1,40	1,86	2,31	3,36
10	1,38	1,83	2,29	3,25
11	1,37	1,81	2,27	3,17
12	1,36	1,80	2,26	3,11
13	1,36	1,78	2,25	3,08
14	1,35	1,77	2,24	3,11
15	1,35	1,76	2,23	2,98
16	1,34	1,75	2,23	2,95
17	1,34	1,75	2,22	2,92
18	1,33	1,74	2,21	2,90
19	1,33	1,73	2,20	2,88
20	1,33	1,73	2,19	2,86

Надежность (α) является критерием воспроизводимости результатов измерений, выполняемых в одинаковых условиях. Она задается из следующих соображений (Ломтадзе, 1990): при расчете показателей свойств горных пород, а также при расчете оснований сооружений по деформациям – 0,85; при расчете оснований сооружений по прочности – 0,95. В редких случаях для обоснования зданий и сооружений первого класса значение надежности принимают как 0,99. В целом считается, что для большинства технических задач можно использовать величину надежности, равную 0,95.

Рассмотренные выше методы позволяют сузить границы разброса искомой величины и, таким образом, увеличить точность и надежность ее определения. При этом, когда количество измерений достаточно большое, можно использовать оба метода и выбрать наиболее подходящий из них. В том случае, когда число измерений небольшое, следует использовать критерий Стьюдента.

При оценке точности измерений зачастую возникает вопрос: сколько знаков после запятой следует учитывать? Однозначного ответа на этот вопрос нет, поскольку в каждой области научных исследований существуют свои требования к получаемым результатам. Также следует учитывать, что при расчетах с очень высокой точностью увеличивается объем работ. При рассмотрении конкретных задач геомеханики, таких как измерение напряжений в массиве при отработке месторождений полезных ископаемых и определение пределов прочности образцов горных пород, следует помнить о неоднородностях исследуемых объектов и различного рода ошибках измерений (грубых, приборных и случайных). Именно поэтому излишняя точность при решении таких задач не требуется, однако нужно оговорить, какие порядки следует учитывать при измерениях.

Рассмотрим несколько наглядных примеров. При решении задач определения значений предела прочности на растяжение различных скальных горных пород обычно получают их в диапазоне от 4 до 20 МПа. Если же рассматривать породу одного типа, то разница между максимальным и минимальным значениями прочности на растяжение в большинстве случаев не будет превышать 5-6 МПа. При использовании высокоточного измерительного оборудования (погрешность измерений 0,5-1,5 %) будем получать ошибку в среднем 0,4 МПа. Учитывая этот факт, для удобства сравнения результатов определения пределов прочности на растяжение можно оставлять одну цифру после запятой. В случае применения менее точного оборудования (погрешность измерений >2 %), полученные результаты можно округлять до целых значений.

При определении значений пределов прочности на сжатие можно не учитывать цифры после запятой, поскольку значения изменяются в пределах от 80 до 300 МПа, и для породы одной разновидности вполне возможна разница между максимальным и минимальным значениями прочности в 30-40 МПа.

Рассмотренные выше примеры являются частным случаем и не всегда могут служить аналогом при решении других задач геомеханики, в которых от исследователя требуется руководствоваться собственным опытом и знаниями.

Для решения вопроса об округлении значений результатов измерений следует еще раз обратиться к критерию Стьюдента. Согласно ему определяют доверительный интервал, в котором находится истинное значение. Точность в этом случае, как было указано выше, будет характеризовать степень близости среднего арифметического значения к серии результатов измерения. Следовательно, полученное среднее значение результатов измерения можно с принятой для доверительного интервала надежностью округлить до ближайшего числа (используя правила округления), входящего в этот интервал.

Например, в результате 7 испытаний на одноосное сжатие образцов уррита были получены следующие значения пределов прочности: 150, 156, 158, 160, 161, 157 и 163 МПа. Их среднее арифметическое равно 158 МПа, а среднее квадратическое отклонение – 4 МПа. Тогда доверительный интервал будет выглядеть следующим образом: $\Delta x = 158 \pm 4$ МПа, т.е. в него попадают значения от 154 до 162 МПа, каждое из которых может быть истинным с заданной надежностью (в этом примере – 0,95). Следовательно, можно округлить среднее арифметическое значение (158 МПа) до 160 МПа. Однако потребность в таких округлениях зависит от исследователя и задач, поставленных перед ним.

4. Определение количества опытов, точности и надежности результатов измерений по "ГОСТ 21153.2–84: Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии"

Рассмотренные выше подходы позволяют по отдельности определить количество опытов, точность и надежность результатов измерений. Однако для решения конкретных задач требуются специальные методики, позволяющие объединить в себе эти подходы. Для задачи определения значений предела прочности при одноосном сжатии такой методикой является ГОСТ (Породы горные, 1984).

Согласно ГОСТу (Породы горные, 1984), минимальное число опытов следует определять в зависимости от вида испытаний. При массовых испытаниях число опытов должно быть не менее шести при относительной погрешности результатов испытаний до 20 % и надежности, равной 0,8 и выше. При сравнительных испытаниях их число должно быть не менее десяти при относительной погрешности результатов испытаний до 10 % и надежности 0,95 (Породы горные, 1984). Решение по увеличению количества опытов в этом случае принимают исходя из значений надежности и коэффициента вариации.

Значение надежности α результатов испытаний устанавливается по табл. 5 на основании значений относительной погрешности ε , коэффициента вариации v и числа испытанных образцов n . Если вычисленная величина надежности α меньше заданного (в зависимости от вида испытаний), то проводят дополнительные опыты, число которых устанавливают в соответствии с табл. 5. После их проведения обработку результатов повторяют для нового числа образцов. В том случае, когда отсутствует возможность испытать дополнительное количество образцов, принимают заданное значение надежности и по табл. 5 определяют относительную погрешность средней прочности по пробе.

Значение коэффициента вариации определяется по формуле (5):

$$v = \sigma/x_{cp}, \quad (5)$$

где σ – среднее квадратическое отклонение искомой величины; x_{cp} – среднее арифметическое искомой величины.

Таблица 5. Определение надежности результатов испытаний (ГОСТ-21153.2-84, 1984)

ε/v	Надежность α (%) при числе образцов										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,4	33	44	52	58	63	66	70	74	76	79	81
0,6	45	59	68	75	80	84	87	89	91	92	94
0,8	54	71	79	85	90	92	94	96	96	98	98
1,0	61	77	86	91	94	96	97	98	99	99	99
1,2	66	82	90	94	96	98	99	99	100	100	100
1,4	70	86	93	96	98	99	99	100	100	100	100
1,6	73	89	95	98	99	99	100	100	100	100	100

Согласно Л.И. Барону (Барон и др., 1962), значения коэффициента вариации для расчетов, считающихся точными в горном деле (технико-экономические расчеты методом вариантов, средние производственные показатели чистой скорости бурения, показатели крепости для весьма крепких пород и т.д.), должны находиться в интервале от 10 до 20 % (табл. 6). Для большинства других задач (параметры буровзрывных работ, показатели крепости для горных пород средней и малой крепости и др.) эти значения могут находиться в интервале от 20 до 30 %. Если величина коэффициента вариации больше, чем того требуют условия решаемой задачи, то следует увеличить количество испытаний.

Таблица 6. Шкала точности горнотехнических показателей и расчетов (Барон и др., 1962)

Класс точности	Коэффициент вариации v (%)	Характерные примеры
I	<10	Маркшейдерские съемки; замеры вырабатываемых объектов и площадей; расчеты по проведению сбоек горных выработок; определение объемного веса полезного ископаемого; расчеты и показатели, считающиеся в горном деле "вполне точными"
II	10 – 20	Технико-экономические расчеты методом вариантов; средние производственные показатели чистой скорости бурения за длительные периоды наблюдений; показатели крепости для весьма крепких горных пород; различные расчеты и показатели, считающиеся в горном деле "практически точными"
III	20 – 30	Большинство формул для расчета параметров буровзрывных работ; показатели крепости для большинства горных пород средней и ниже средней крепости; характеристические показатели горной технологии, широко используемые в проектных расчетах
IV	30 – 40	Приближенные эмпирические формулы для определения технико-экономических показателей горной технологии, требующие большой осторожности в применении к конкретным объектам (к техническому проектированию)
V	>40	Приближенные эмпирические формулы, выявляющие общие тенденции, но совершенно не пригодные для конкретного проектирования (например, формула, выражающая зависимость добычи от годовой производительности рудника, и подобные формулы)

Рассмотренный ГОСТ 21153.2-84 в сравнении с методиками Романовского, Рожкова и Барона для определения количества опытов обладает тем преимуществом, что в нем установлено минимальное число опытов, которое должно быть выполнено обязательно. Это позволяет исследователю на предварительной стадии эксперимента сформировать выборку из требуемого количества образцов и не прекращать его в тех случаях, когда уже для двух образцов получены значения пределов прочности при сжатии с минимальным значением коэффициента вариации. Также в зависимости от видов испытаний (массовые или сравнительные) регламентированы принимаемые значения надежности и точности результатов, что приводит к уменьшению объема работ, связанных с поиском и выбором подходов для определения этих параметров.

5. Заключение

Таким образом, на основании проведенного сравнительного анализа представленных выше исследований, сформулирован подход для определения количества опытов, точности и надежности результатов при изучении физико-механических свойств горных пород, состоящий из следующих этапов:

1. Определить необходимое количество опытов. В этом случае следует руководствоваться ГОСТом (*Породы горные*, 1984), согласно которому их минимальное число должно быть равно 6. При этом необходимо уточнить, что такое количество опытов может быть принято только тогда, когда образцы имеют схожую текстуру и структуру, у них отсутствуют механические повреждения и структурные нарушения, а коэффициент вариации не превышает 20 % (для горных пород с коэффициентом крепости больше 15, табл. 3) или 30 % (для горных пород с коэффициентом крепости от 10 до 15, табл. 3). В том случае, когда образцы неоднородны или значение коэффициента вариации больше, чем указанные выше значения, образцы следует предварительно испытать в количестве 6 штук и произвести расчет по методике Рожкова и Неверова (*Рожков*, 2014). Затем увеличить число опытов до полученного значения. Если же нет возможности увеличить их число, то устанавливают надежность полученных результатов по табл. 5 и определяют их погрешность.

2. Определить надежность результатов испытаний. Для большинства технических расчетов, в частности при расчете оснований сооружений по прочности, значение надежности следует задавать равное 0,95 (*Ломтадзе*, 1990), если нет конкретных требований к поставленной задаче.

3. Определить точность результатов испытаний. На этом этапе проводят обработку полученных результатов по критерию Стьюдента. Для этого определяют доверительный интервал по формуле (4) и отсеивают те значения, которые не попадают в него.

4. Провести округление результатов. Если точность измерительного оборудования высокая (погрешность до 1,5 %) и значения исследуемых параметров изменяются в узких диапазонах, то их следует округлять до десятых. Если точность оборудования невысокая (погрешность больше 2 %) и значения исследуемых параметров варьируются в широком диапазоне, то их следует округлять до целых. Однако на этом этапе нужно в большей степени руководствоваться условиями поставленной задачи и личным опытом исследователя.

В представленной работе рассмотрены методы, базирующиеся на нормальном распределении искомых величин. Помимо этого существует множество других вероятностных распределений, таких как экспоненциальное, гамма-распределение, Вейбулла, логарифмически-нормальное и др. (Барлоу, 1969), анализ которых применительно к задачам геомеханики планируется провести в ходе дальнейших исследований.

Исследования выполнены в рамках гранта по приоритетному направлению деятельности РНФ "Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами" № 14-17-00751 (науч. рук. проф. А.А. Козырев).

Автор выражает свою признательность к.т.н. В.И. Панину и к.т.н. Ю.В. Федотовой за конструктивную критику и помощь в работе над статьей.

Литература

- Hadjigeorgiou J.** Where do the data come from? Deep Mining 2012, Australian Centre for Geomechanics, Perth, 2012. P. 259-278,
- Ruffolo R.M., Shakoor A.** Variability of unconfined compressive strength in relation to number of test samples. Engineering Geology. 2009. V. 108. P. 16-23,
- Барлоу Р., Прошан Ф.** Математическая теория надежности. М., Советское радио, 1969. 488 с.
- Барон Л.И., Логунцов Б.М., Позин Е.З.** Определение свойств горных пород. М., Госгортехиздат, 1962. 332 с.
- Браунли К.А.** Статистические исследования в производстве. М., ИЛ, 1949. 228 с.
- Ильницкая Е.И., Тедер Р.И., Ватолин Е.С., Кунтыш М.Ф.** Свойства горных пород и методы их определения. М., Недра, 1969. 392 с.
- Кузнецов Г.Н.** Механические свойства горных пород. М., Углетехиздат, 1947. 180 с.
- Кузнецов Н.Н., Пак А.К.** О влиянии отношения размеров образцов скальных горных пород на результаты определения их прочности при одноосном сжатии. Вестник МГТУ. 2014. Т. 17, № 2. С. 246-253.
- Ломтадзе В.Д.** Физико-механические свойства горных пород. Л., Недра, 1990. 328 с.
- Налимов В.В.** Применение математической статистики при анализе вещества. М., Физматгиздат, 1960. 432 с.
- Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном сжатии. ГОСТ 21153.2-84. Введ. с 19.06.84 до 01.07.91. М., Изд-во стандартов, 1984. 8 с.
- Породы горные. Методы определения предела прочности при одноосном растяжении. ГОСТ 21153.3-85. Введ. с 01.01.1987 до 01.02.2002. М., Изд-во стандартов, 1985. 18 с.
- Рожков В.П., Неверов А.Л.** Определение числа опытов. Разведка и охрана недр. 2014. № 11. С. 17-19.
- Романовский В.И.** Основные задачи теории ошибок. М.-Л., ГИТТЛ, 1947. 115 с.
- Турчанинов И.А., Медведев Р.В., Панин В.И.** Современные методы комплексного определения физических свойств горных пород. Л., Недра, 1967. 200 с.

References

- Barlow R., Proshan F.** Matematicheskaya teoriya nadezhnosti [Mathematical theory of reliability]. М., Sovetskoe radio, 1969. 488 p.
- Baron L.I., Loguntsov B.M., Pozin E.Z.** Opredeleniye svoistv gornih porod [Definition of rocks' properties]. М., Gosgortehizdat, 1962. 332 p.
- Braunli K.A.** Statisticheskiye issledovaniya v proizvodstve [Statistical study in the production]. М., IL, 1949. 228 p.
- Ilnitskaya E.I., Teder R.I., Vatolin E.S., Kuntish M.F.** Svoistva gornih porod i metodi ih opredeleniya [Rock properties and methods of their determination]. М., Nedra, 1969. 392 p.
- Kuznetsov G.N.** Mehanicheskiye svoistva gornih porod [Rock mechanical properties]. М., Ugletehizdat, 1947. 180 p.

- Kuznetsov N.N., Pak A.K.** O vliyaniy otnosheniya razmerov obraztsov skalnih gornih porod na rezultati opredeleniya ih prochnosti pri odnoosnom szhatii [Influence of the hard rock specimens' size ratio on the results of their strength determination under uniaxial compression]. Vestnik MGTU. 2014. V. 17, N 2. P. 246-253.
- Lomtadze V.D.** Fiziko-mehaniicheskiye svoistva gornih porod [Physical-mechanical properties of rocks]. L., Nedra, 1990. 328 p.
- Nalimov V.V.** Primeneniye matematicheskoy statistiki pri analize veshstva [Applying of mathematical statistic in analysis of the material]. M., Fizmatizdat, 1960. 432 p.
- Porodi gorniye. Metodi opredeleniya predela prochnosti pri odnoosnom szhatii [Rocks. Methods for determining strength limit under uniaxial compression]. GOST 21153.2-84. Vved. s 19.06.84 do 01.07.91. M., Izd-vo standartov, 1984. 8 p.
- Porodi gorniye. Metodi opredeleniya predela prochnosti pri odnoosnom rastyazhenii [Rocks. Methods for determining strength limit under uniaxial tension]. GOST 21153.3-85. Vved. s 01.01.87 do 01.02.2002, 1985. 18 p.
- Rozhkov V.P., Neverov A.L.** Opredeleniye chisla opitov [Defining amount of experiments]. Razvedka i ohrana nedr. 2014. N 11. P. 17-19.
- Romanovskii V.I.** Osnovniye zadachi teorii oshibok [The main tasks of the error theory]. M.-L., GITTL, 1947. 115 p.
- Turchaninov I.A., Medvedev R.V., Panin V.I.** Sovremenniye metodi kompleksnogo opredeleniya fizicheskikh svoistv gornih porod [Modern methods for complex determination of rock physical properties]. L., Nedra, 1967. 200 p.

Информация об авторе

Кузнецов Николай Николаевич – Горный институт КНЦ РАН, мл. науч. сотрудник,
e-mail: nikavalon@mail.ru

Kuznetsov N.N. – Mining Institute KSC RAS, Junior Researcher, e-mail: nikavalon@mail.ru