

УДК 656.618.1.08:004.942

А. И. Бражный

Навигационная безопасность плавания каравана по маршруту буксировки в условиях стационарности движения

A. I. Brazhny

Navigation safety caravan route towing in stationary traffic

Аннотация. Рассмотрены вопросы навигационной безопасности движения маломореходного объекта; научно обоснована траектория движения маломореходного объекта в составе буксирного каравана; решено векторное линейное уравнение в условиях стационарности движения.

Abstract. The questions of navigation safety of restricted sea-going object movement have been considered; the trajectory of a restricted sea-going object as part of tow caravan has been scientifically substantiated; the vector linear equation in stationary traffic has been solved.

Ключевые слова: маломореходный объект, навигационная безопасность, траектория движения, буксирный караван.
Key words: restricted sea-going object, navigation safety, movement trajectory, tow caravan.

Введение

Исследование направленных переходов системы "буксировщик – маломореходный объект" из режима безопасного плавания в режим опасного плавания обусловлено необходимостью контроля состояния безопасности навигации каравана, при котором можно осуществлять движение по заданной полосе положения и с учетом фиксированной вероятности нахождения маломореходного объекта и буксировщика в этой полосе.

Материалы и методы

Состояние навигационной безопасности буксирного каравана при стационарном плавании по заданному плану перехода курсу можно описать векторным линейным уравнением [1], [2].

Результаты исследований и их обсуждение

Предположим, что для буксирного каравана зафиксировано событие $x(t, x_0, \varepsilon) - x'(t, x_0, \varepsilon) \geq \Sigma$, которое показывает, что имеет место асимптотическое стремление траектории маломореходного объекта к траектории буксировщика, при котором преобладают активаторные свойства среды. Взаимодействие активаторных сил среды и ингибиторных сил, существующих на буксирной линии, может реализовываться в рамках математических моделей диффузионных процессов. Если далее считать эту гипотезу состоятельной, то состояние навигационной безопасности буксирного каравана при стационарном плавании по заданному плану перехода курсу можно описать векторным линейным уравнением

$$\frac{dY}{dt} = a(Y, t) + b(Y, t)\theta, Y(t_0) = Y_0, \quad (1)$$

где Y – n -мерный вектор состояния безопасности навигации каравана; $a(Y, t)$ – n -мерный вектор; $b(Y, t)$ – матрица порядка $n \times n$; $\theta(t)$ – вектор белого шума Гаусса с математическим ожиданием $m(t)$ и матрицей интенсивностей $G(t)$; Y_0 – вектор начального состояния с плотностью вероятности $f(y_0)$ [1], [2].

На основании литературных источников предположим, что плотность вероятности распределения фазовых координат $\omega(y, t)$ системы (1) при общих предположениях относительно возможности дифференцирования функций $a(Y, t)$ и $b(Y, t)$ может быть описана уравнением Фоккера – Планка – Колмогорова:

$$\frac{\partial \omega(y, t)}{\partial t} = -\text{div} \pi(y, t),$$

где $\pi(y, t)$ – вектор плотности потока вероятности [2]. Его составляющие по положительным направлениям осей координат записываем в виде

$$\pi_i(y, t) = A_i(y, t)\omega(y, t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial [B_{ij}(y, t)\omega(y, t)]}{\partial y_j}, \quad (2)$$

где A_i – коэффициенты сноса; B_{ij} – коэффициенты диффузии, определяемые для уравнения (2) по формулам:

$$A_i = a_0(y, t) + \frac{1}{2} \sum_{p, q, r=1}^n G_{pq}(t) B_{pq}(y, t) \frac{\partial B_{ir}(y, t)}{\partial y_p} + \sum_{j=1}^n B_{ij}(y, t) m_j(t),$$

$$B_{ij} = \sum_{p, q, r=1}^n G_{pq}(t) B_{iq}(y, t) \partial B_{jq}(y, t).$$

При рассмотрении уравнения (2) как уравнения сохранения вероятности, при котором количество вероятности, проходящей в положительном направлении за единицу времени, описывается потоком π_i , предположим, что переход каравана из безопасного навигационного состояния в опасное определяется моментом его пересечения границ сфероида S_q^δ , где происходит процесс поглощения [3]. Данное предположение подтверждается интегрированием уравнения (2) при соблюдении заданных граничных условий, вытекающих из физического смысла обеспечения безопасной навигации. В связи с этим целесообразно наделить границу сфероида S_q^δ функцией поглощения $v^*(y, t)$ [4], [5]. При этом поглощение состояний навигации буксирного каравана описывается обобщенным уравнением Фоккера – Планка – Колмогорова:

$$\frac{\partial \omega^*(y, t)}{\partial t} = -\text{div} \pi^*(y, t) - v^*(y, t), \quad (3)$$

где $\omega^*(y, t)$ – функция плотности вероятности непоглощенных состояний, связанных с событием вида $x(t, x_0, \varepsilon) - x'(t, x_0, \varepsilon) < \Sigma$; $\pi^*(y, t)$ – вектор плотности потока вероятности с компонентами

$$\pi_i^*(y, t) = A_i(y, t) \omega^*(y, t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial [B_{ij}(y, t) \omega^*(y, t)]}{\partial y_j},$$

здесь $v^*(y, t)$ – плотность поглощения вероятности (функция поглощения), соответствующая событию $x(t, x_0, \varepsilon) - x'(t, x_0, \varepsilon) \geq \Sigma$ [4].

Плотность вероятности определяется условиями поглощения и в области изменения фазовых координат характеризуется функцией поглощения $v^*(y, t)$ [5]. Допустим, что процесс поглощения протекает на поверхности сфероида и описывается уравнением

$$v^*(y, t) = \delta(\alpha(y) - \gamma(t)) c_1(t) (n^0 \pi(y, t)), \quad (4)$$

где $\alpha(y) - \gamma(t)$ – параметрическое уравнение гиперповерхности сфероида, определяющегося границей фазовой области W ; δ – дельта-функция; n^0 – внешняя нормаль к поверхности сфероида S_q^δ ; $c_1(t)$ – коэффициент полноты поглощения [4], [5].

Введение уравнений поглощения позволяет найти решение уравнения (3) для всей области фазового пространства системы (1) при начальном условии $\omega^*(y, t) = f(y_0)$ и нулевых граничных условиях для $y_i = \pm \infty$ ($i = 1, \dots, n$). В этом случае функция $\omega^*(y, t)$ не является нормированной за счет существования эффекта поглощения. Интеграл от этой функции по всей поверхности области фазового пространства W дает возможность определить текущую вероятность нахождения буксирного каравана в безопасном состоянии, т. е.

$$P_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^*(y, t) dy \leq 1,$$

при этом для $t = t_0$ значение $P_1(t_0) = 1$. Тогда текущая вероятность перехода навигационного процесса буксирного каравана в опасное состояние с максимальным количеством рисков рассчитывается по формуле

$$P_0(t) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \omega^*(y, t) dy.$$

Для определения значений функции $P_1(t)$ составим дифференциальное уравнение ее изменений. Проинтегрировав уравнение (3) по всей бесконечной области существования вектора Y , получим

$$P_1^*(t) = - \int_{-\infty}^{\infty} v^*(y, t) dy, \quad (5)$$

так как $\int_{-\infty}^{\infty} \text{div} \pi(y, t) dy = 0$.

Подставив в правую часть уравнения (5) выражение для $v^*(y, t)$ из формулы (4) и нормируя $\omega^*(y, t)$, получим

$$P_1^*(t) = P_1 c_1 - \int_S (n^0 \pi(y, t)) dy, \quad (6)$$

где S – поверхность заданного сфероида S_q^δ ; $\pi(y, t)$ – нормализованный вектор потока вероятности, он равен $\pi(y, t) = \pi^*(y, t) / P_1(t)$ и имеет следующие компоненты:

$$\pi_i(y, t) = A_i(y, t)\omega(y, t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial [B_{ij}(y, t)\omega(y, t)]}{\partial y_i}.$$

Таким образом, для дальнейших исследований используем нормированную плотность вероятности фазовых координат, равную отношению вида $\omega(y, t) = \frac{\omega^*(y, t)}{P_1(t)}$.

Принимаем, что поглощение реализаций внутри сфероида S_q^δ для функции поглощения пропорционально плотности вероятности нахождения внутри

$$v^*(y, t) = c_2(t)\omega^*(y, t), \quad (7)$$

где $c_2(t) > 0$ и учитывает интенсивность поглощения.

Подставив выражение (7) в правую часть формулы (5), найдем [6]

$$P_1^* = -P_1 \int_{S_q^\delta} c_2(t)\omega(y, t) dy. \quad (8)$$

Представим равнения (6) и (8) в сокращенном виде

$$P_1^* = -P_1 \eta(t) \quad (9)$$

и зафиксируем их начальное условие выражением $P_0(t_0) = 1$.

Введенная в уравнение (9) функция $\eta(t)$ характеризует поведение функции поглощения $v^*(y, t)$ внутри сфероида и на его поверхности. Для характеристики поглощения состояний навигации буксирного каравана на поверхности сфероида функцию $\eta(t)$ представим в виде

$$\eta(t) = \int_S (n^0 \pi(y, t)) dy,$$

при поглощении этих состояний внутри сфероида функцию $\eta(t)$ преобразуем к виду

$$\eta(t) = \int_{S_q^\delta} (c_2(t)\omega(y, t)) dy.$$

Для решения уравнения (9) при фиксированном начальном условии $P_0(t_0 = 0) = 1$ используем выражение

$$P_1(t) = \exp \left[- \int_0^t \eta(\tau) d\tau \right], \quad (10)$$

следовательно, вероятность перехода буксирного каравана в опасное состояние за пределы поверхности сфероида S_q^δ можно определить по формуле

$$P_0(t) = 1 - \exp \left[- \int_0^t \eta(\tau) d\tau \right]. \quad (11)$$

Поэтому, зафиксировав значение верхней границы $P_1(t)$ в формуле (10) или нижней границы $P_0(t)$ в формуле (11) и задавшись функцией $\eta(t)$, можно определить временной интервал, в течение которого буксирный караван будет находиться в навигационной безопасности в границах сфероида S_q^δ , взятого за основу при разработке плана маршрута буксировки.

Для решения задачи по обеспечению безопасности навигации буксирного каравана по заданным маршрутам необходимо установить функцию $\eta(\tau)$, которая зависит от нормированной функции вероятности вида $\omega(y, t)$, при этом

$$\frac{\partial \omega(y, t)}{\partial t} = -\operatorname{div} \pi(y, t) - v(y, t) + \eta(\tau) \omega(y, t),$$
$$v(y, t) = \frac{v^*(y, t)}{P_0(t)}. \quad (12)$$

Дифференциальное уравнение (12), полученное из формулы (3) с учетом позиции (9), для определения вида функции $\eta(\tau)$ необходимо проинтегрировать при заданном начальном условии $\omega(y, t_0) = f(y_0)$ и нулевых граничных условиях на бесконечности.

Заключение

Таким образом, приведенные в статье результаты исследования по обеспечению навигационной безопасности буксирного каравана с маломореходным объектом, траектория которого асимптотически стремится к траектории буксировщика, могут быть использованы при разработке плана буксировки с оценкой навигационной безопасности с заданной вероятностью.

Библиографический список

1. Колмогоров А. Н. Об аналитических методах в теории вероятностей // Успехи математических наук. 1938. № 5. С. 5–41.
2. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М. : Советское радио, 1977. 488 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2 т. М. : Мир, 1967.
4. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М. : Высш. школа, 2000. 383 с.
5. Чкония В. А. Оптимальное использование пространства знаний в интеллектуальных системах судовождения : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.19 / Чкония Валентина Александровна. Мурманск, 2004. 164 с.
6. Пасечников М. А. Организованность социотехнических систем судовождения и методы ее поддержания с минимизацией информационной загрузки человеческого элемента : дис. ... канд. техн. наук : 05.22.19 / Пасечников Михаил Александрович. Мурманск, 2006. 141 с.

References

1. Kolmogorov A. N. Ob analiticheskikh metodah v teorii veroyatnostey [On analytical methods in probability theory] // Uspehi matematicheskikh nauk. 1938. N 5. P. 5–41.
2. Tihonov V. I., Mironov M. A. Markovskie protsessy [Markov processes]. M. : Sovetskoe radio, 1977. 488 p.
3. Feller V. Vvedenie v teoriyu veroyatnostey i ee prilozheniya [An introduction to probability theory and its applications]. V 2 t. M. : Mir, 1967.
4. Venttsel E. S., Ovcharov L. A. Teoriya sluchaynyh protsessov i ee inzhenernyie prilozheniya [Theory of random processes and its engineering applications]. M. : Vyssh. shkola, 2000. 383 p.
5. Chkoniya V. A. Optimalnoe ispolzovanie prostranstva znaniy v intellektualnyh sistemah sudovozhdeniya [Optimum use of space knowledge in intellectual systems of navigation] : dis. ... kand. tehn. nauk : 05.22.19 / Chkoniya Valentina Aleksandrovna. Murmansk, 2004. 164 p.
6. Pasechnikov M. A. Organizovannost sotsiotekhnicheskikh sistem sudovozhdeniya i metody ee podderzhaniya s minimizatsiey informatsionnoy zagruzki chelovecheskogo elementa [Orderliness of socio-technical systems and navigation methods of minimizing the maintenance data downloading of the human element] : dis. ... kand. tehn. nauk : 05.22.19 / Pasechnikov Mihail Aleksandrovich. Murmansk, 2006. 141 p.

Сведения об авторах

Бражний Андрей Иванович – ФГБОУ ВПО "Мурманский государственный технический университет", Морской институт, кафедра судовождения, аспирант; e-mail: brand-70@mail.ru

Brazhnyy A. I. – FSEI HPE "Murmansk State Technical University", Marine Institute, Department of Navigation, PhD Student; e-mail: brand-70@mail.ru