

В. В. Рыбин, С. Н. Савченко

## Реконструкция ориентации действующих на "бесконечности" напряжений в пределах Ковдорского рудного узла на основе натуральных определений

Исследования, целью которых является изучение возможностей увеличения углов наклона бортов карьеров в массивах прочных скальных пород, проводятся Горным институтом КНЦ РАН. Одной из задач, решение которой будет способствовать достижению поставленной цели, является определение направления действия максимальной компоненты главных напряжений в нетронутым массиве на "бесконечности", необходимое для разработки математических моделей массива пород, включающих карьерную выемку. Для решения этой задачи предложено использовать результаты измерений параметров напряженного состояния методом разгрузки в прибортовом массиве. Основные исследования прибортового скального массива проводились на карьере рудника "Железный" АО "Ковдорский ГОК". Измерения выполнены методом разгрузки в варианте торцевых измерений, непосредственно с уступов карьера на специальных наблюдательных станциях с использованием горизонтальных скважин. На основе экспериментальных определений параметров действующих напряжений в массиве пород Ковдорского апатит-штаффелит-бадделеитового месторождения (Ковдорский рудный узел) при помощи метода конформных отображений определено направление максимального сжатия, действующего в исследованном массиве в субмеридиональном направлении. Получаемые предложенным методом результаты могут быть использованы при задании граничных условий в процессе моделирования напряженно-деформированного состояния прибортового массива пород и оценке устойчивости участков борта карьера.

**Ключевые слова:** напряженное состояние, массив пород, метод разгрузки, теория упругости, метод конформных отображений.

### Введение

В течение последних 30 лет Горным институтом КНЦ РАН проводятся исследования, целью которых является изучение возможностей увеличения углов наклона бортов карьеров в массивах прочных скальных пород [1; 2]. Одним из основных объектов, на котором выполняются исследования прибортового скального массива, является карьер рудника "Железный" АО "Ковдорский ГОК", где удалось обосновать возможность формирования высоких вертикальных уступов, при этом величина генерального угла борта карьера составляет от  $45^\circ$  до  $60^\circ$  в зависимости от инженерно-геологических и геомеханических условий [3; 4]. Полученный результат объясняется учетом параметров напряженного состояния массива пород, которые оказывают влияние на устойчивость бортов и уступов в сторону ее увеличения при соответствующих условиях.

### Материалы и методы

Многочисленными измерениями, выполненными методом разгрузки в варианте торцевых измерений, показано, что в прибортовом массиве пород при условии применения щадящих технологий производства взрывных работ действует поле напряжений гравитационно-тектонического типа. К настоящему времени проведено более 25 измерений непосредственно с уступов карьера на специальных наблюдательных станциях с использованием горизонтальных скважин [5; 6].

На рис. 1 в качестве примера показана типовая конструкция станции по измерению параметров напряженного состояния породного массива методом разгрузки. На рис. 2 приведен график распределения напряжений по длине скважины.

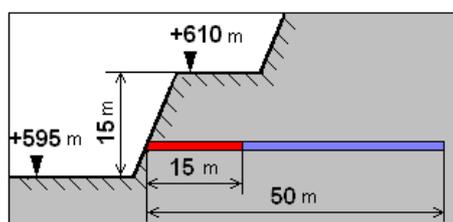


Рис. 1. Типовая конструкция станции по измерению параметров напряженно-деформированного состояния породного массива методом разгрузки: общая длина скважины – 50 м, участок измерений – 15 м  
Fig. 1. Standard design of the station to measure the parameters of the stress-strain state of rock mass by the unloading method: the total length of the borehole – 50 m, the measurement site – 15 m

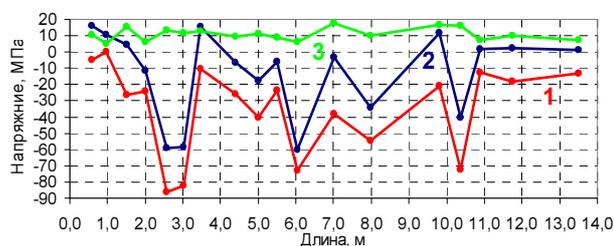


Рис. 2. Распределение напряжений по длине скважины: 1, 2, 3 – соответственно распределение максимальной, минимальной и максимальной касательной компонент квазиглавных напряжений по длине участка измерений в скважине  
Fig. 2. The stress distribution along the borehole length: 1, 2, 3 – respectively distribution of the maximum, minimum and maximum tangential component of the quasi-principal stresses along the length of the section of measurement in the borehole

## Результаты и обсуждение

### Постановка задачи

В то же время при разработке математических моделей массива пород, включающих карьерную выемку, возникает задача определения направления действия максимальной компоненты главных напряжений в нетронутом массиве на "бесконечности". Для решения этой задачи можно использовать результаты измерений параметров напряженного состояния методом разгрузки в прибортовом массиве.

### Решение задачи

Введем следующие предположения:

- а) полагаем, что на некоторой глубине контур карьера в плане представляет эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ ;
- б) конформное отображение внешности эллипса на внутренность единичного круга осуществляет функция:

$$\omega(\zeta) = R \left( \zeta + \frac{m}{\zeta} \right), \quad (1)$$

где  $m = \frac{a-b}{a+b}$ ,  $\zeta$  – точка внутри внешности эллиптического отверстия,  $R$  – радиус этой точки. При  $R = 1$  и  $\zeta = 1$  получаем контур заданного эллиптического отверстия.

Тогда при действии на "бесконечности" напряжений  $\sigma_x^\infty = -p$  (рис. 3) имеем тангенциальные напряжения на контуре отверстия [7]:

$$\sigma_\theta = p \frac{1 - m^2 + 2m \cos 2\alpha - 2 \cos 2(\theta - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2}, \quad (2)$$

где  $\theta$  – угол между осью  $OX$  и точкой на контуре эллипса,  $\alpha$  – угол между осью  $OX$  и направлением действия напряжений  $\sigma_x^\infty = -p$ .

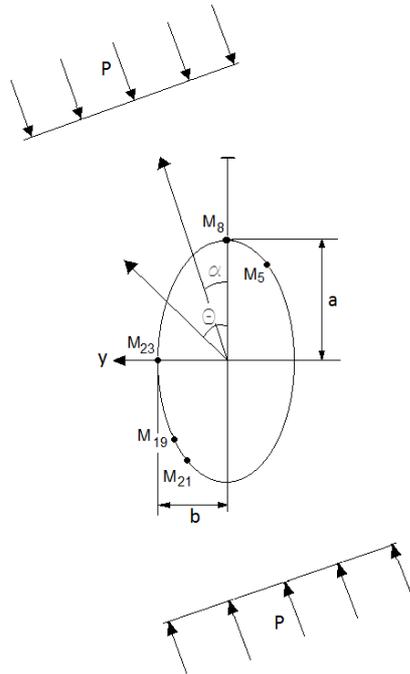


Рис. 3. Схема для определения напряжений при действии сил  $\sigma_x^\infty = -p$   
 Fig. 3. Scheme for determining the stress under the action of forces  $\sigma_x^\infty = -p$

При действии на "бесконечности" сил  $\sigma_y^\infty = -q$  (рис. 4) имеем тангенциальные напряжения на контуре отверстия:

$$\sigma_\theta = q \frac{1 - m^2 - 2m \cos 2\alpha + 2 \cos 2(\theta - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2}, \quad (3)$$

где  $\theta$  – угол между осью  $OX$  и точкой на контуре эллипса,  $\alpha$  – угол между осью  $OX$  и направлением действия напряжений  $\sigma_y^\infty = -q$ .

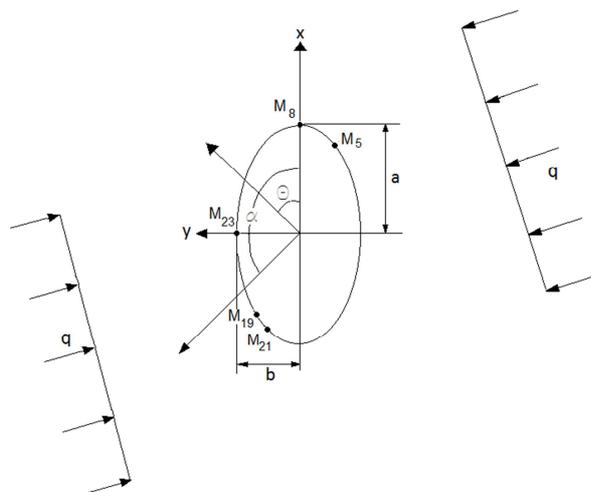


Рис. 4. Схема для определения напряжений при действии сил  $\sigma_y^\infty = -q$   
Fig. 4. Scheme for determining the stress under the action of forces  $\sigma_y^\infty = -q$

При совместном действии сил  $\sigma_x^\infty = -p$  и  $\sigma_y^\infty = -q$  имеем тангенциальные напряжения на контуре отверстия:

$$p \frac{1 - m^2 + 2m \cos 2\alpha + 2 \cos 2(\theta - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2} + q \frac{1 - m^2 - 2m \cos 2\alpha + 2 \cos 2(\theta - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta + m^2}. \quad (4)$$

Для определения величин  $p$  и  $q$  из (4) необходимо иметь две точки на контуре эллиптического отверстия, полученные экспериментальным путем. При этом следует решить систему уравнений:

$$\sigma_\theta^{(1)} = p \frac{1 - m^2 + 2m \cos 2\alpha - 2 \cos 2(\theta_1 - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta_1 + m^2} + q \frac{1 - m^2 - 2m \cos 2\alpha + 2 \cos 2(\theta_1 - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta_1 + m^2}; \quad (5)$$

$$\sigma_\theta^{(2)} = p \frac{1 - m^2 + 2m \cos 2\alpha - 2 \cos 2(\theta_2 - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta_2 + m^2} + q \frac{1 - m^2 - 2m \cos 2\alpha + 2 \cos 2(\theta_2 - \alpha)}{1 - 2m \cos 2\theta_2 + m^2}.$$

В таблице представлены параметры напряженного состояния массива пород, полученные по результатам измерений методом разгрузки, а также напряжения в массиве, рассчитанные на основе действия собственного веса вышележащих пород (в последующих рассуждениях растягивающие напряжения принимаются положительными, сжимающие – отрицательными).

Таблица. Параметры напряженного состояния массива по результатам измерений методом разгрузки  
Table. Parameters of the massif stressed state according to the results of the discharge method measurements

Название станции	Станция, горизонт, год измерений, участок борта карьера	Глубина (Н), м	Параметры напряженного состояния массива пород по результатам измерений		Отношение максимальной компоненты главных (сжимающих) напряжений к расчетным вертикальным напряжениям исходя из действия только собственного веса пород $\sigma_{\max} / \gamma H$
			$\sigma_{\max}$ , МПа	$\sigma_{\min}$ , МПа	
$M_5$	Н/С-5, +40 м, 2005, сев.-вост.	217	-13	-4	2,0
$M_8$	Н/С-8, +10 м, 2007, северный	247	-20	-3	2,7
$M_{19}$	Н/С-19, +40 м, 2011, южный	175	-13	-7	2,6
$M_{21}$	Н/С-21, +10 м, 2012, южный	250	-28	-4	3,5
$M_{23}$	Н/С-23, +70 м, 2012, юго-зап.	170	-24	-9	4,8

Примечание:  $\gamma$  – собственный вес пород ( $\gamma = 3 \text{ т/м}^3$ ).

В рассматриваемой задаче при последующих рассуждениях в полярных координатах  $\sigma_\theta$  соответствует  $\sigma_{\max}$ .

Рассмотрим несколько примеров.

По нашим данным имеем  $a = 5$  усл. ед.;  $b = 3,5$  усл. ед., следовательно,  $m = 0,1765$ . Из таблицы для точки  $M_8$  получаем  $\alpha = 0$ ,  $\theta = 0$ ,  $\sigma_\theta = -20$  МПа; для точки  $M_{23}$  соответственно  $\alpha = 0$ ,  $\theta = 90^\circ$ ,  $\sigma_\theta = -24$  МПа. Отсюда на основе (5) получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} -p + 3,858q = -20, \\ 2,4p - q = -24. \end{cases}$$

Решение данной системы уравнений:  $p = -13,63$  МПа,  $q = -8,72$  МПа.

Возьмем теперь точки  $M_8$  и  $M_{21}$ , для которой  $\alpha = 0$ ,  $\theta = 150^\circ$ ,  $\sigma_\theta = -28$  МПа.

Отсюда система уравнений:

$$\begin{cases} -p + 3,858q = -20, \\ 0,377p + 1,887q = -28. \end{cases}$$

Решение системы уравнений:  $p = -20,96$  МПа,  $q = -10,63$  МПа.

Рассматривая точки  $M_5$  со значениями  $\alpha = 0$ ,  $\theta = -27^\circ$ ,  $\sigma_\theta = -13$  МПа и  $M_{19}$  с параметрами  $\alpha = 0$ ,  $\theta = 140^\circ$ ,  $\sigma_\theta = -13$  МПа, имеем систему:

$$\begin{cases} 0,177p + 2,177q = -13, \\ 1,004p + 0,994q = -13. \end{cases}$$

Получаем решение в виде:  $p = -7,66$  МПа,  $q = -5,35$  МПа.

Если взять среднее значение отношения  $p/q$  по нашим расчетам, то получим  $p/q = 1,656$ . По результатам определения напряженного состояния в окрестности карьерной выемки, выполненного с учетом геологического строения Ковдорской интрузии  $p = -1,05$  усл. ед.,  $q = -0,85$  усл. ед. [8]. Здесь отношение  $p/q = 1,235$ . Иными словами, относительная погрешность к наибольшему значению отношений составляет 25 %. Во всех рассматриваемых случаях мы получили  $p > q$ , т. е. в направлении длинной оси карьера действуют большие напряжения, чем в направлении короткой (рис. 5).

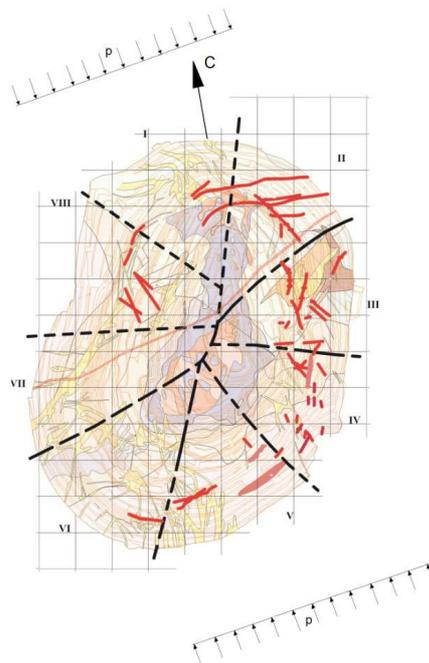


Рис. 5. Ориентация максимальной компоненты главных напряжений на "бесконечности" в нетронутым массиве Ковдорского рудного узла: различными цветами обозначены различные типы руд и вмещающих пород; красными линиями обозначены крупные структурные нарушения в пределах карьера; черными пунктирными линиями – границы инженерно-геологических секторов (обозначены римскими цифрами)  
 Fig. 5. Targeting the maximum component of the principal stress on the "infinity" in the pristine massif Kovdor ore unit: different colors represent different types of ore and host rocks; red lines represent major structural irregularities within the quarry; black dotted lines – the boundaries of engineering and geological sectors (denoted by Roman numerals)

### Заключение

На основе выполненного анализа можно сделать вывод, что максимальная компонента главных напряжений в нетронутым массиве Ковдорского рудного узла действует в субмеридиональном направлении (рис. 5). Данный вывод имеет большое значение для оценки уровня действующих напряжений непосредственно в прикарьерной зоне, используется при задании граничных условий в процессе моделирования напряженно-деформированного состояния прибортового массива пород и оценке устойчивости участков борта карьера.

Исследования выполнены в рамках гранта по приоритетному направлению деятельности РНФ "Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами" № 14-17-00751.

### Библиографический список

1. Мельников Н. Н., Козырев А. А., Решетняк С. П., Каспарьян Э. В., Рыбин В. В., Свинин В. С., Рыжков А. Н. Концепция формирования нерабочих бортов глубоких карьеров Кольского Заполярья // Горный журнал. 2004. № 9. С. 45–50.
2. Козырев А. А., Решетняк С. П., Каспарьян Э. В., Рыбин В. В., Свердленко Н. А. Обеспечение устойчивости бортов карьеров в предельном положении // Безопасность труда в промышленности. 2003. № 10. С. 41–44.
3. Козырев А. А., Решетняк С. П., Каспарьян Э. В., Рыбин В. В., Кампель Ф. Б. Обоснование рациональной конструкции конечного борта карьера рудника "Железный" ОАО "Ковдорский ГОК" // ГИАБ. 2004. № 3. С. 243–250.
4. Епифанова М. В., Федоров С. А., Козырев А. А., Рыбин В. В., Волков Ю. И. Инженерно-геологические аспекты проектирования глубокого карьера Ковдорского ГОКа // Горный журнал. 2007. № 9. С. 30–33.
5. Рыбин В. В., Козырев А. А., Данилов И. В. Определение параметров напряженного состояния приконтурного массива пород на карьерах Кольского полуострова // ГИАБ. 2009. № 10. С. 402–405.
6. Козырев А. А., Рыбин В. В., Константинов К. Н. Оценка геомеханического состояния законтурного массива горных пород в борту карьера комплексом инструментальных методов // ГИАБ. 2012. № 10. С. 113–119.
7. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М. : Наука, 1966. 707 с.
8. Савченко С. Н. Распределение горизонтальных тектонических напряжений в Ковдорском рудном районе. Вестник МГТУ. 2015. Т. 18, № 2. С. 214–220.

### References

1. Mel'nikov N. N., Kozyrev A. A., Reshetnyak S. P., Kaspar'yan E. V., Rybin V. V., Svinin V. S., Ryzhkov A. N. Kontseptsiya formirovaniya nerabochih bortov glubokih karerov Kolskogo Zapolyarya [The concept of formation of the non-working sides of deep pits of the Kola Polar region] // Gornyi zhurnal. 2004. N 9. P. 45–50.
2. Kozyrev A. A., Reshetnyak S. P., Kaspar'yan E. V., Rybin V. V., Sverdlenko N. A. Obespechenie ustoychivosti bortov karerov v predelnom polozhenii [Ensuring stability of pit walls in an extreme position] // Bezopasnost' truda v promyshlennosti. 2003. N 10. P. 41–44.
3. Kozyrev A. A., Reshetnyak S. P., Kaspar'yan E. V., Rybin V. V., Kampel' F. B. Obosnovanie ratsionalnoy konstruksii konechnogo borta karera rudnika "Zheleznyi" OAO "Kovdorskiy GOK" [Justification of the final bead rational design of career mine "Iron" JSC "Kovdor GOK"] // GIAB. 2004. N 3. P. 243–250.
4. Epifanova M. V., Fedorov S. A., Kozyrev A. A., Rybin V. V., Volkov Yu. I. Inzhenerno-geologicheskie aspekty proektirovaniya glubokogo karera Kovdorskogo GOKa [Geotechnical aspects of design of a deep quarry of Kovdor MPP] // Gornyi zhurnal. 2007. N 9. P. 30–33.
5. Rybin V. V., Kozyrev A. A., Danilov I. V. Opredelenie parametrov napryazhennogo sostoyaniya prikonturnogo massiva porod na karerakh Kolskogo poluostrova [Defining the parameters of the stress state of marginal rock massif in the quarries of the Kola Peninsula] // GIAB. 2009. N 10. P. 402–405.
6. Kozyrev A. A., Rybin V. V., Konstantinov K. N. Otsenka geomehanicheskogo sostoyaniya zakonturnogo massiva gornyh porod v bortu karera kompleksom instrumentalnyh metodov [Evaluation of geomechanical condition of perimeter rock mass in the side of the quarry by a complex instrumental methods] // GIAB. 2012. N 10. P. 113–119.
7. Mushelishvili N. I. Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti [Some basic problems of the mathematical theory of elasticity]. M. : Nauka, 1966. 707 p.
8. Savchenko S. N. Raspreделение gorizontalnyh tektonicheskikh napryazheniy v Kovdorskom rudnom rayone [Distribution of horizontal tectonic stresses in the Kovdor ore district]. Vestnik MG TU. 2015. V. 18, N 2. P. 214–220.

**Сведения об авторах**

**Рыбин Вадим Вячеславович** – ул. Ферсмана, 24, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия, 184209; Горный институт КНЦ РАН, канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник; e-mail: rybin@goi.kolasc.net.ru

**Rybin V. V.** – 24, Fersmana Str., Apatity, Murmansk region, Russia, 184209; Mining Institute KSC RAS, Cand. of Tech. Sci., Leading Researcher; e-mail: rybin@goi.kolasc.net.ru

**Савченко Степан Николаевич** – ул. Ферсмана, 24, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия, 184209; Горный институт КНЦ РАН, д-р техн. наук, вед. науч. сотрудник

**Savchenko S. N.** – 24, Fersmana Str., Apatity, Murmansk region, Russia, 184209; Mining Institute KSC RAS, Dr of Tech. Sci., Leading Researcher

Доктор технических наук С. Н. Савченко – один из соавторов этой статьи, ведущий научный сотрудник Горного института Кольского научного центра РАН – скончался 12 сентября 2016 года.

V. V. Rybin, S. N. Savchenko

## **Reconstruction of orientation of stresses acting in infinity within the Kovdor ore body based on field determinations**

Mining Institute KSC RAS has conducted research which aim is to study the possibilities of increasing the tilt angles of pit walls in massifs of solid rock. One of the problems the solution of which will contribute to achieving this goal is to determine the direction of the maximum component of principal stresses in intact massif on the "infinity" necessary to work out mathematical models of rock massif including quarry recess. To solve this problem it has been proposed to use the results of parameters' measurement of stress state by the unloading method in near-wall rock massif. The basic research of near-wall rock massif has been conducted on mine quarry "Zhelezny" (JSC "Kovdor ore processing plant"). The measurements have been performed by the discharge method in option of end measurements directly from the quarry ledges on special observation stations using horizontal wells. The direction of maximum compression acting in sub-meridional course in the Kovdor apatite-shtafelyte-baddeleite deposit (the Kovdor ore cluster) has been determined by the conformal mapping method on the basis of experimental estimations of stress parameters in the rock massif. The results obtained are of great importance for assessing a level of stresses acting directly in a near open-pit zone. They are applied to set boundary conditions when modeling stress-strain state of near-wall rock massif and assess slope stability.

**Key words:** stress state, rock massif, unloading method, theory of elasticity, conformal mapping method.