

И. П. Попов

Влияние частоты на параметры синхронной электрической машины

Рассматриваются ток и момент сопротивления вращению индуктивной синхронной электрической машины при индуктивной нагрузке. Для синхронной машины с индуктивной нагрузкой справедлива теорема 1: амплитуда тока при индуктивной нагрузке синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения. Теорему можно доказать с помощью второго закона Кирхгофа и закона электромагнитной индукции применительно к вращающейся машине. Также справедлива теорема 2: амплитуда момента сопротивления вращению для синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой не зависит от частоты вращения. Теорема доказывается посредством анализа закона Ампера применительно к вращающейся машине. Установлено, что при активной нагрузке амплитуды тока и момента сопротивления вращению линейно зависят от частоты вращения машины, вместе с тем при емкостной нагрузке эти параметры квадратично зависят от частоты вращения. Установлена связь мощности с частотой при различных видах нагрузки машины: для индуктивной нагрузки реактивная электрическая мощность линейно зависит от частоты; для резистивной нагрузки зависимость – квадратичная; в то же время для емкостной нагрузки мощность кубично зависит от частоты. Для синхронной емкостной машины с емкостной нагрузкой справедливы теоремы 3 и 4. Теорема 3: амплитуда напряжения на емкостной нагрузке емкостной синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения. Теорема 4: амплитуда момента сопротивления вращению для емкостной синхронной электрической машины с емкостной нагрузкой не зависит от частоты вращения. Полученные результаты рекомендуется использовать при проектировании электрических систем.

Ключевые слова: синхронная машина, индуктивная нагрузка, ток, момент, амплитуда.

Введение

Представляет интерес поведение синхронных электрических машин при различном характере нагрузки. Для индуктивной синхронной электрической машины заслуживает внимания зависимость амплитуды тока и момента сопротивления вращению от нагрузки, для емкостной синхронной электрической машины – это зависимость амплитуды напряжения и момента сопротивления вращению.

Анализ состояния вопроса. Потокосцепление обмотки вращающейся электрической машины равно

$$\psi = \Psi_m \cos \omega t.$$

ЭДС обмотки определяется выражением

$$e = -\frac{d\psi}{dt} = \omega \Psi_m \sin \omega t.$$

Амплитуда ЭДС

$$E_m = \omega \Psi_m$$

зависит от частоты, в связи с чем может возникнуть интуитивное предположение, что амплитуды тока и момента сопротивления вращению для индуктивной синхронной электрической машины (амплитуды напряжения и момента сопротивления вращению для емкостной машины) также зависят от частоты. В действительности это не является закономерностью. Существенную роль при этом играет характер нагрузки электрической машины.

Цель исследования – показать, при каком характере нагрузки параметры синхронной электрической машины не зависят от частоты.

Задачи работы – получить доказательные на уровне теорем результаты.

Актуальность работы обусловлена широким распространением синхронных электрических машин, используемых, в частности, в качестве генераторов [1–3].

Методы исследования

В настоящей работе применяются методы математического моделирования.

Результаты и обсуждение

Ток и момент сопротивления вращению индуктивной синхронной электрической машины при индуктивной нагрузке

Пусть нагрузкой фазы индуктивной синхронной электрической машины является катушка индуктивности [4]. Суммарная индуктивность катушки и обмотки машины обозначается L . Число витков

обмотки – n . Длина активной части витка – l . Индукция магнитного поля в рабочем зазоре – B . Угол поворота ротора – φ . Частота вращения – $\omega = d\varphi/dt$. Ток – i . Число полюсов – два. Диаметр ротора – D_r . Активные электрические и механические потери не учитываются.

Для синхронной машины с индуктивной нагрузкой справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Амплитуда тока в индуктивной нагрузке индуктивной синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения.

Доказательство. При указанных допущениях справедливо равенство (второй закон Кирхгофа и закон электромагнитной индукции применительно к вращающейся машине)

$$Bln \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

Интегрирование этого выражения дает

$$i = -\frac{Bln D_r}{L} \frac{1}{2} \cos \varphi + I_0 = -I_m \cos \varphi + I_0.$$

Начальный ток I_0 можно считать равным нулю.

Амплитуда тока

$$I_m = \frac{Bln D_r}{L} \frac{1}{2}$$

от частоты вращения ω не зависит. Теорема доказана.

Теорема 2. Амплитуда момента сопротивления вращению для индуктивной синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой не зависит от частоты вращения.

Доказательство. При указанных допущениях момент сопротивления вращению в соответствии с законом Ампера (применительно к вращающейся машине) равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Bln \frac{D_r}{L} \frac{1}{2} \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -\frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \frac{1}{8} \sin 2\varphi.$$

Амплитуда момента сопротивления вращению

$$M_m = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \frac{1}{8}$$

от частоты вращения ω не зависит. Теорема доказана.

На рисунке представлена схема синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой.

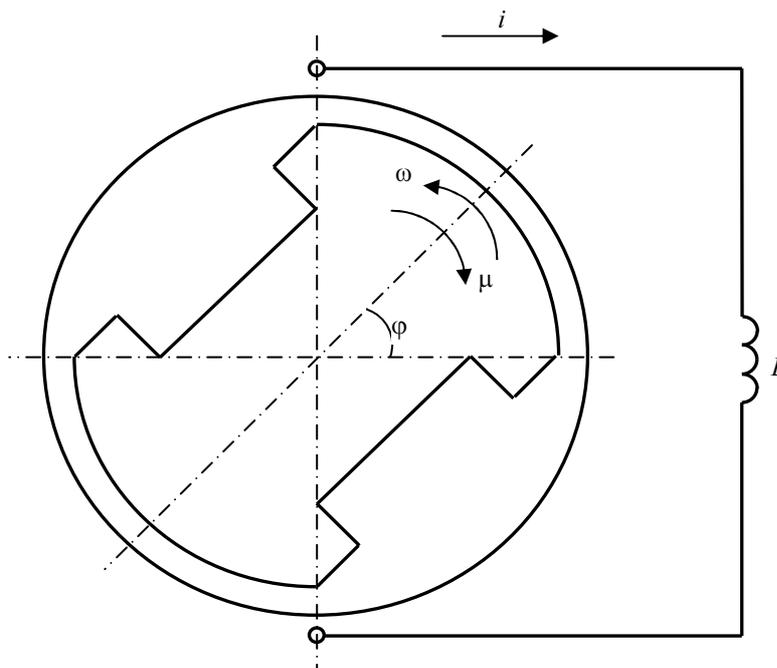


Рис. Схема синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой
Fig. The circuit of the synchronous electric machine with inductive load

Правомерен вопрос – как обстоит дело при другом характере нагрузки синхронной электрической машины?

Ток и момент сопротивления вращению при активном и емкостном характере нагрузки

При активной нагрузке аналог уравнения (1) имеет вид

$$Bln \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = Ri.$$

Амплитуда тока

$$I_m = \frac{Bln D_r}{R} \omega$$

от частоты вращения ω зависит (линейно).

Момент сопротивления вращению равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = Bln \frac{Bln D_r}{R} \frac{D_r}{2} \omega \sin \varphi \sin \varphi = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \omega \sin 2\varphi.$$

Амплитуда момента сопротивления вращению

$$M_m = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{R} \omega$$

от частоты вращения ω зависит (линейно).

При емкостной нагрузке [5–7] аналог уравнения (1) имеет вид

$$Bln \frac{D_r}{2} \omega \sin \omega t = \frac{1}{C} \int i dt.$$

Дифференцирование этого выражения дает

$$i = BlnC \frac{D_r}{2} \omega^2 \cos \omega t.$$

Амплитуда тока

$$I_m = BlnC \frac{D_r}{2} \omega^2$$

от частоты вращения ω зависит (квадратично).

Момент сопротивления вращению равен

$$\mu = Blni \frac{D_r}{2} \sin \varphi = BlnBlnC \frac{D_r}{2} \omega^2 \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = (Bln)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^2 \sin 2\varphi.$$

Амплитуда момента сопротивления вращению

$$M_m = (Bln)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^2$$

от частоты вращения ω зависит (квадратично).

Связь мощности с частотой при различных видах нагрузки

Для индуктивной нагрузки реактивная электрическая мощность равна

$$Q = I^2 X_L = I^2 \omega L = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \omega, \quad (2)$$

где I – действующее значение тока.

Механическая мощность [8] равна

$$Q_M = M \omega = \frac{(Bln)^2 D_r^2}{L} \omega. \quad (3)$$

Как мы видим, (2) и (3) совпадают.

Мощность линейно зависит от частоты.

Для резистивной нагрузки активная электрическая мощность равна

$$P = I^2 R = \frac{(Bl n)^2 D_r^2}{R} \omega^2. \quad (4)$$

Механическая мощность равна

$$P_M = M \omega = \frac{(Bl n)^2 D_r^2}{R} \omega^2. \quad (5)$$

Разумеется, (4) и (5) совпадают.

Мощность квадратично зависит от частоты.

Для емкостной нагрузки реактивная электрическая мощность равна

$$Q = I^2 X_C = I^2 \frac{1}{\omega C} = (Bl n)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^3. \quad (6)$$

Механическая мощность равна

$$Q_C = M \omega = (Bl n)^2 C \frac{D_r^2}{8} \omega^3. \quad (7)$$

Очевидно, что (6) и (7) совпадают.

Мощность кубично зависит от частоты.

Напряжение и момент емкостной синхронной электрической машины при емкостной нагрузке

Дуальным аналогом индуктивной синхронной электрической машины является емкостная синхронная электрическая машина.

В соответствии с законом магнитоэлектрической индукции (дуальный аналог закона электромагнитной индукции) ток равен

$$i = Dbv, \quad (8)$$

где D – электрическая индукция (электрическое смещение) в рабочем зазоре, b – ширина электрода, v – линейная скорость.

Выражение (8) можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{dq}{dt} = Db \frac{dx}{dt},$$

$$dq = Db dx,$$

$$\int_0^q dq = Db \int_0^x dx,$$

$$q = Dbx.$$

С учетом последнего уравнения сила, действующая на электрод, равна

$$F = qE = q \frac{u}{x} = Dbu. \quad (9)$$

Это дуальный аналог закона Ампера для электрического (магнитоэлектрического) взаимодействия. Здесь E – напряженность электрического поля, u – напряжение. Электрический ток равен

$$i = C \frac{du}{dt}. \quad (10)$$

Замечание. Формулы (8) и (9) могут быть получены из их электромагнитных аналогов путем простой дуально-инверсной замены величин $e \rightarrow i$, $B \rightarrow D$, $l \rightarrow b$, $i \rightarrow u$ [9; 10].

Теорема 3. Амплитуда напряжения на емкостной нагрузке емкостной синхронной электрической машины не зависит от частоты вращения.

Доказательство. Для вращательной машины уравнение для тока с учетом (8) и (10) имеет вид

$$Db \frac{D_r}{2} \frac{d\varphi}{dt} \sin \varphi = C \frac{du}{dt}.$$

Интегрирование этого выражения дает

$$u = -\frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \cos \varphi + U_0 = -U_m \cos \varphi + U_0. \quad (11)$$

Амплитуда напряжения

$$U_m = \frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \quad (12)$$

от частоты вращения ω не зависит. Теорема доказана.

Теорема 4. Амплитуда момента сопротивления вращению для емкостной синхронной электрической машины с емкостной нагрузкой не зависит от частоты вращения.

Доказательство. Момент сопротивления вращению в соответствии с (9), (11) и (12) применительно к вращающейся машине равен

$$\mu = Db u \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Db U_m \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -Db \frac{Db D_r}{C} \frac{1}{2} \cos \varphi \frac{D_r}{2} \sin \varphi = -\frac{D^2 b^2}{C} \frac{D_r^2}{8} \sin 2\varphi.$$

Амплитуда момента сопротивления вращению

$$M_m = \frac{D^2 b^2}{C} \frac{D_r^2}{8}$$

от частоты вращения ω не зависит. Теорема доказана.

Выводы

Таким образом, вопреки возможному интуитивному предположению для индуктивной синхронной электрической машины с индуктивной нагрузкой амплитуды тока и момента сопротивления вращению от частоты вращения не зависят. Наряду с этим, как показали исследования, амплитуды тока и момента сопротивления вращению зависят от частоты вращения при активном и емкостном характере нагрузки. Для емкостной синхронной электрической машины с емкостной нагрузкой амплитуды напряжения и момента сопротивления вращению от частоты вращения не зависят.

Полученные результаты рекомендуется использовать при проектировании электрических систем.

Библиографический список

1. Гасанова Л. Г., Мустафаев Р. И. Методика исследования влияния высших гармонических напряжений на режимные параметры синхронного генератора с постоянными магнитами // Вестник МГТУ. 2017. Т. 20, № 4. С. 705–713. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2017-20-4-705-713>.
2. Кручинина И. Ю., Штайнле Л. Ю. Улучшение формы кривой ЭДС фаз обмотки статора и снижение добавочных потерь в явнополюсном синхронном генераторе // Электричество. 2018. № 11. С. 45–48. DOI: <http://dx.doi.org/10.24160/0013-5380-2018-11-45-48>.
3. Шевченко А. Ф., Шевченко Л. Г. Использование метода конформных преобразований для расчета магнитного поля в воздушном зазоре синхронного двигателя с модулированным магнитным потоком // Электричество. 2018. № 11. С. 38–44. DOI: <http://dx.doi.org/10.24160/0013-5380-2018-11-38-44>.
4. Попов И. П. Свободные гармонические колебания в электрических системах с однородными реактивными элементами // Электричество. 2013. № 1. С. 57–59.
5. Попов И. П. Емкостно-инертное устройство // Известия СПбГЭТУ ЛЭТИ. 2015. № 2. С. 43–45.
6. Попов И. П. Зависимость реактивного сопротивления пьезоэлектрического преобразователя от механических параметров его нагрузки // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 5 (87). С. 94–98.
7. Попов И. П. Вращательные инертно-емкостные устройства // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2011. № 3 (31). С. 187–192.
8. Попов И. П. Механические аналоги реактивной мощности // Вестник Пермского университета. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2015. № 3 (30). С. 37–39.
9. Копылов И. П. Электрические машины. М. : Энергоатомиздат, 1986. 360 с.
10. Львович А. Ю. Электромеханические системы. Л. : Изд-во ЛГУ, 1989. 294 с.

References

1. Gasanova L. G., Mustafaev R. I. Metodika issledovaniya vliyaniya vyisshih garmonicheskikh napryazheniy na rezhimnyie parametryi sinhronnogo generatora s postoyannyimi magnitami [A research technique for the effect of higher harmonic voltages on the operating parameters of a permanent magnet synchronous generator] // Vestnik MGTU. 2017. V. 20, N 4. P. 705–713. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2017-20-4-705-713>.
2. Kruchinina I. Yu., Shtaynle L. Yu. Uluchshenie formy krivoy EDS faz obmotki statora i snizhenie dobavochnyih poter v yavnopolyusnom sinhronnom generatore [On decreasing the stator winding phase EMF waveform distortion factor and additional iron losses in the stator of a salient pole synchronous generator] // Elektrichestvo. 2018. N 11. P. 45–48. DOI: <http://dx.doi.org/10.24160/0013-5380-2018-11-45-48>.
3. Shevchenko A. F., Shevchenko L. G. Ispolzovanie metoda konformnyih preobrazovaniy dlya rascheta magnitnogo polya v vozdushnom zazore sinhronnogo dvigatelya s modulirovannyim magnitnyim potokom [Using the conformal mapping method for calculating the magnetic field in the air gap of a synchronous motor with modulated magnetic flux] // Elektrichestvo. 2018. N 11. P. 38–44. DOI: <http://dx.doi.org/10.24160/0013-5380-2018-11-38-44>.
4. Popov I. P. Svobodnyie garmonicheskie kolebaniya v elektricheskikh sistemah s odnorodnyimi reaktivnyimi elementami [Free harmonic oscillations in electrical systems with homogeneous reactive elements] // Elektrichestvo. 2013. N 1. P. 57–59.
5. Popov I. P. Emkostno-inertnoe ustroystvo [Capacitive-inert device] // Izvestiya SPBGETU LETI. 2015. N 2. P. 43–45.
6. Popov I. P. Zavisimost reaktivnogo soprotivleniya pezoelektricheskogo preobrazovatelya ot mehanicheskikh parametrov ego nagruzki [Dependence of the reactance of a piezoelectric transducer on the mechanical parameters of its load] // Nauchno-tehnicheskiiy vestnik informatsionnyih tehnologiy, mehaniki i optiki. 2013. N 5 (87). P. 94–98.
7. Popov I. P. Vraschatelnyie inertno-emkostnyie ustroystva [Rotational inert-capacitive devices] // Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tehnicheskogo universiteta. Ser. Tehnicheskiiye nauki. 2011. N 3 (31). P. 187–192.
8. Popov I. P. Mehanicheskie analogi reaktivnoy moschnosti [Mechanical analogues of reactive power] // Vestnik Permskogo universiteta. Ser. Matematika. Mehanika. Informatika. 2015. N 3 (30). P. 37–39.
9. Kopyilov I. P. Elektricheskiiye mashiny [Electric machines]. M. : Energoatomizdat, 1986. 360 p.
10. Lvovich A. Yu. Elektromehaniicheskie sistemy [Electromechanical systems]. L. : Izd-vo LGU, 1989. 294 p.

Сведения об авторе

Попов Игорь Павлович – ул. Советская, 63, г. Курган, Россия, 640020; Курганский государственный университет, ст. преподаватель; e-mail: ip.popow@yandex.ru

Popov I. P. – 63, Sovetskaya Str., Kurgan, Russia, 640020; Kurgan State University, Senior Lecturer; e-mail: ip.popow@yandex.ru

I. P. Popov

Influence of frequency on the synchronous electrical machine parameters

The current and moment of resistance to rotation of the inductive synchronous electric machine under inductive load have been considered. For a synchronous machine with an inductive load, Theorem 1 is valid: the current amplitude in the inductive load of an inductive synchronous electric machine is independent of the rotational speed. The theorem has been proved by equating the second Kirchhoff law and the law of electromagnetic induction with reference to a rotating machine. Theorem 2 is also valid: the moment of resistance to rotation for an inductive synchronous electric machine with an inductive load is independent of the rotational speed. The theorem has been proved by analyzing the Ampere law with respect to a rotating machine. It has been established, with active load, the current amplitude and the moment of resistance to rotation depend linearly on the rotational speed. However, with capacitive load, these parameters are quadratically dependent on the rotational speed. The connection of power with frequency under various types of machine load has been proven: for inductive load, the reactive electric power is linearly dependent on frequency; for resistive load, the dependence is quadratic; at the same time, for capacitive load, the power is cubic dependent on frequency. For a synchronous capacitive machine with capacitive load, Theorem 3 and 4 are considered to be valid. Theorem 3: the voltage amplitude on capacitive load of a capacitive synchronous electric machine does not depend on the rotational speed. Theorem 4: the amplitude of the resistance to rotation moment for a capacitive synchronous electric machine with capacitive load does not depend on the rotational speed. The results are recommended to use when designing electrical systems.

Key words: synchronous machine, inductive load, current, torque, amplitude.