

УДК 622.4.3:519.67

## Разработка модели аэротермодинамики атмосферы для исследования процессов пыления на хвостохранилищах с использованием программы COMSOL

П. В. Амосов\*, А. А. Бакланов

\*Институт проблем промышленной экологии Севера КНЦ РАН, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия;  
e-mail: [p.amosov@ksc.ru](mailto:p.amosov@ksc.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7725-6261>

Информация о статье      Реферат

Поступила  
в редакцию  
28.01.2023;

принята к публикации  
07.02.2023

Ключевые слова:

CFD-модель  
атмосферы,  
программные коды,  
параметры конвекции  
и фоновой  
стратификации,  
интенсивность  
пыления

Для цитирования

В статье представлен обзор исследований аэротермодинамики и загрязнения атмосферы на объектах горной промышленности с использованием программных комплексов вычислительной гидродинамики (CFD-моделирование), включающий специализированные и неспециализированные программы (FLOWVISION, ANSYS FLUENT, COMSOL). Описана аэротермодинамическая модель атмосферы, в которой уравнения динамики в приближении несжимаемой жидкости дополнены уравнением переноса тепла и параметрами Кориолиса, конвекции (плаваемости), фоновой стратификации и потока радиации; рассмотрены необходимые модификации в программной среде COMSOL, обеспечивающие возможность выполнения исследований аэротермодинамики с учетом различных состояний атмосферы. Построена и апробирована на упрощенном представлении хвостохранилища двухмерная CFD-модель атмосферы. При фиксированной скорости ветрового потока 5 м/с и вариации параметра фоновой стратификации (от  $-0,05$  до  $+0,05$  °C/м) выполнены численные эксперименты, в ходе которых отмечены различия в аэродинамических параметрах потоков и пространственного распределения температуры в условиях разных состояний атмосферы. Анализ динамической скорости на высоте пыления и вертикального потока массы осуществлен с использованием эмпирической зависимости интенсивности пыления. Показана асимметричность (относительно нейтрального состояния атмосферы) величины вертикального потока массы в сравнении с неустойчивым и инверсионным состояниями. При устойчивых состояниях атмосферы величина вертикального потока массы пыли, а значит, и загрязнения атмосферы вниз по потоку будет заметно выше, чем при неустойчивых состояниях.

Амосов П. В. и др. Разработка модели аэротермодинамики атмосферы для исследования процессов пыления на хвостохранилищах с использованием программы COMSOL. Вестник МГТУ. 2023. Т. 26, № 1. С. 25–44. DOI: [10.21443/1560-9278-2023-26-1-25-44](https://doi.org/10.21443/1560-9278-2023-26-1-25-44).

## Development of a model of atmospheric aerothermodynamics for the study of dusting processes at tailings dumps using COMSOL software

Pavel V. Amosov\*, Alexander A. Baklanov

\*Institute of North Industrial Ecology Problems KSC RAS, Apatity, Murmansk region, Russia;  
e-mail: [p.amosov@ksc.ru](mailto:p.amosov@ksc.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7725-6261>

Article info

Received  
28.01.2023;

Accepted  
07.02.2023

Key words:

CFD-model  
of atmosphere,  
software codes,  
convection  
and background  
stratification parameters,  
dusting intensity

For citation

Abstract

An overview of studies of aerothermodynamics and atmospheric pollution at mining facilities using computational fluid dynamics software systems (CFD modeling) has been presented. Both specialized and non-specialized software are marked. The review focuses on the studies performed using the FLOWVISION, ANSYS FLUENT and COMSOL software codes. An aerothermodynamic model of the atmosphere is described in which the equations of dynamics in the incompressible fluid approximation are supplemented by the heat transfer equation and the parameters of Coriolis, convection (buoyancy), background stratification and radiation flux. The necessary modifications in the COMSOL software are described, which make it possible to carry out studies of atmospheric aerothermodynamics under various atmospheric conditions. A two-dimensional CFD model of the atmosphere has been built and tested on a simplified representation of the tailings dump. At a fixed wind flow velocity of 5 m/s and variations in the background stratification parameter (from  $-0.05$  to  $+0.05$  °C/m), numerical experiments have been performed and the calculation results have been analyzed. Differences in the aerodynamic parameters of the flows and the spatial distribution of temperature under different atmospheric conditions are noted. Estimates of the dynamic velocity at the dusting height and the vertical mass flux using the empirical dependence of the dusting intensity are performed. The analytical dependence of the vertical mass flux as a function of the stratification parameter is discussed. The asymmetry (relative to the neutral state of the atmosphere) of the magnitude of the vertical mass flux in comparison with the unstable and inversion states is shown. In stable atmospheric conditions, the magnitude of the vertical flux of the dust mass, and hence the pollution of the atmosphere downstream, will be noticeably higher than in unstable states.

Amosov, P. V. et al. 2023. Development of a model of atmospheric aerothermodynamics for the study of dusting processes at tailings dumps using COMSOL software. *Vestnik of MSTU*, 26(1), pp. 25–44. (In Russ.) DOI: [10.21443/1560-9278-2023-26-1-25-44](https://doi.org/10.21443/1560-9278-2023-26-1-25-44).

## Введение

Компьютерное моделирование на базе верифицированных программ (FLOWVISION, ANSYS FLUENT, ANSYS CFX, COMSOL и др.) используется для решения задач на объектах рудничной аэрологии (карьеры, подземные выработки) и горнопромышленных предприятиях, оказывающих негативное воздействие на окружающую среду (хвостохранилища). Повышение интереса к компьютерному моделированию обусловлено созданием высокопроизводительных компьютеров, разработкой верифицированных программных комплексов вычислительной гидродинамики (CFD-моделирование), а также подготовкой поколения специалистов в области информационных технологий.

### *Обзор программных продуктов, используемых в оценке качества атмосферы*

**Специализированные и собственные программы.** В настоящее время известно большое количество специализированных CFD-моделей аэротермодинамики и переноса загрязнений в атмосфере. Например, на сайте Университета в г. Гамбурге содержится актуальная (май 2022 г.) база данных (более сотни) программных продуктов<sup>1</sup>, разработанная в рамках проекта COST728 "Enhancing Meso-scale Meteorological Modelling Capabilities for Air Pollution and Dispersion Applications". Авторы проекта классифицировали эти программы как по пространственному масштабу, так и по областям приложения кодов.

В силу недоступности и сложности в применении профессиональных программных продуктов, ограниченности финансовых средств часто приходится применять доступные ресурсы; сделать это можно либо посредством разработки собственных программ, либо при использовании неспециализированных (коммерческих) программных кодов, настраивая их под конкретные задачи.

Многие исследовательские группы настроены на разработку собственных компьютерных программ и моделей, например:

– группа ученых Тульского государственного университета под руководством Качурина Н. М. изучали процессы переноса загрязнений на объектах горной промышленности на базе численного моделирования (Качурин и др., 2016);

– сотрудники Института динамики геосфер им. М. А. Садовского РАН (Хазинс В. М. с коллегами) разработали эйлерову модель, предназначенную для моделирования начальной стадии образования и подъема пылевого облака (Khazis et al., 2020);

– томские специалисты (Нутерман Р. Б., Старченко А. В. и др.) выполнили значительный объем исследований по разработке математической модели аэродинамики и переноса примеси от выбросов автотранспорта в элементах городской застройки, изучали структуры течений над взлетно-посадочной полосой аэропорта и др. (Nuterman et al., 2010; Старченко и др., 2015);

– сотрудники факультета геофизики чилийского университета г. Сантьяго (Flores et al., 2014) изучали проблему циркуляции воздуха внутри крупных карьеров при интенсивной инсоляции, в которых преобладают механические и плавучие эффекты (имеющие решающее значение при изучении рассеивания загрязняющих веществ внутри и снаружи карьера) с использованием ранее разработанного решателя OpenFOAM.

**Неспециализированные (коммерческие) программные продукты.** Группы специалистов в области охраны окружающей среды (прежде всего атмосферы) и аэрологии карьеров, а также преподаватели и сотрудники вузов технического профиля в своей деятельности пытаются использовать CFD-модели, разработанные на базе неспециализированных программных кодов.

Ниже представлена собранная и проанализированная информация по примерам использования неспециализированных программ (FLOWVISION, ANSYS FLUENT, COMSOL и др.) при решении проблем оценки качества воздуха на объектах горнопромышленного комплекса (карьеры, хвостохранилища, отвалы) как в России, так и за рубежом. Ссылки на публикации, не приведенные в этом обзоре, можно найти в библиографических списках, указанных в работах упомянутых авторов.

### **FLOWVISION<sup>2</sup>**

Для оптимизации формирования отвалов Башировым Н. Р. (Баширов, 2018) произведена компьютерная симуляция движения воздуха при разной геометрии прикарьерного пространства и различных температурах воздуха. Автором поставлена цель – обеспечить концентрацию и направление движения воздушного потока непосредственно в чашу карьера в условиях естественного проветривания путем формирования контуров отвалов.

В работах сотрудников Санкт-Петербургского горного университета (Гридина Е. Б., Петров И. А., Черкай З. Н.) (Гридина и др., 2017b) отмечается, что наиболее сложным элементом моделирования процесса проветривания карьерного пространства является температурная стратификация атмосферы карьера

---

<sup>1</sup> Model inventory. URL: [https://mi-pub.cen.uni-hamburg.de/index.php?id=6295&no\\_cache=1](https://mi-pub.cen.uni-hamburg.de/index.php?id=6295&no_cache=1) (дата обращения 7 мая 2022 г.)

<sup>2</sup> См.: Система моделирования движения жидкости и газа. FlowVision. Версия 3.09.04. Руководство пользователя. М., 2015. 1295 с. ; Щеляев А. FlowVision – современный российский инструмент математического моделирования. URL: <https://sapr.ru/article/21879> (дата обращения: 21.08.2018).

и учет температурных процессов. Анализ структуры ветровых потоков был выполнен на примере модели Оленегорского карьера (Кольский полуостров).

Авторы публикации (*Гридина и др., 2017a*) для моделирования естественного проветривания Оленегорского карьера и изучения распространения вредных примесей в карьерном пространстве использовали низкорейнольдсовую ( $k - \varepsilon$ )-модель турбулентности. На начальном этапе моделирования получена структура ветровых потоков в нижней части Оленегорского карьера. На следующем этапе рассмотрена подача отработанного воздуха из подземного рудника через порталы штолен в карьерное пространство.

### ANSYS FLUENT<sup>3</sup>

В работе (*Ястребова, 2014*) построена модель процесса распространения воздушных потоков, которая позволяет изучить зависимость количества застойных зон от горнотехнических и климатических параметров с целью нормализации атмосферы карьера. В ходе исследований Ястребовой К. Н. установлено, что рост скорости ветра на площадках в карьере возрастает по мере увеличения расстояния от откоса уступа.

Сотрудниками Санкт-Петербургского горного университета Гендлером С. Г. и Борисовским И. А. выполнен цикл исследований (*Гендлер и др., 2021*):

1) осуществлено математическое моделирование аэродинамических процессов при естественной вентиляции, а также комплексной вентиляции, включающей принудительную подачу воздуха в карьерное пространство по системе выработок, и установлено, что образование зон рециркуляции характерно для третьей стадии разработки, причем ее максимальный объем приурочен к завершающему этапу работ;

2) исследована аэродинамика процессов при естественном проветривании золоторудных карьеров на различных этапах отработки месторождения; решена задача по оценке эффективности естественной вентиляции на различных этапах разработки месторождения с учетом повышения глубины горных работ;

3) изучено влияние температурных инверсий на эффективность проветривания карьерного пространства. Результаты исследований свидетельствуют о том, что область применения естественной вентиляции карьеров, расположенных в Арктической зоне России, следует устанавливать с учетом стохастических законов изменения термодинамических параметров атмосферного воздуха, определяющих величину температурного градиента в воздухе.

Значительный объем исследований выполнен группой сотрудников Горного института КНЦ РАН под руководством Козырева С. А. В работе (*Козырев и др., 2017*) с использованием 3D-компьютерного моделирования исследован характер распределения воздушных потоков на поверхности и в карьерном пространстве глубоких карьеров с учетом реального рельефа местности и масштаба карьера рудника Железный Ковдорского ГОКа. Выявлено влияние породных отвалов и прибортовых зон карьера на формирование рециркуляционных зон, вихревых течений и степени ослабления воздушных потоков в различных зонах карьера в зависимости от скорости ветра на поверхности.

В работе (*Амосов и др., 2018b*) изложены отдельные моменты авторского опыта создания компьютерной модели аэротермодинамики атмосферы карьера. Авторы полагают, что изложенный материал будет полезен пользователям программы, на базе которой предпринимаются попытки моделировать аэродинамические процессы с учетом теплового фактора не только в замкнутых областях (на что изначально ориентируют разработчики программы), но и в таких открытых системах, как карьеры и хвостохранилища.

Исследования Амосова П. В. с коллегами (*Амосов и др., 2019*) посвящены сравнительному анализу результатов численного моделирования аэротермодинамики атмосферы карьеров в условиях температурной инверсии (модели несжимаемого идеального газа и несжимаемой жидкости). По результатам анализа показано, что обусловленные тепловым фактором изменения в структуре скоростного поля и значениях компонент скорости окажут существенное влияние на процесс распространения загрязнений (при прочих равных условиях), что отразится и на времени достижения нормативных показателей чистоты атмосферы.

Цель работы Назарчука О. В. (*Назарчук, 2021*) заключается в изучении закономерностей и связей распределения угарного газа в атмосфере карьера в условиях температурной инверсии и шторма. Геометрия модели учитывает сложную орографию прилегающей к карьере территории, а также перепад высот на бортах карьера. Для описания аэродинамических процессов использовано приближение несжимаемой жидкости. Для замыкания системы уравнений неразрывности и Навье – Стокса, осредненных по Рейнольдсу, использована Realizable ( $k - \varepsilon$ )-модель турбулентности.

В работе Yuan Wang с коллегами (*Yuan Wang et al., 2021*) на основе полевых испытаний, численного моделирования и теоретического анализа в глубоком карьере Sunken в качестве показателя степени сложности диффузии пыли выбрано время диффузии от максимальной концентрации пыли после взрывных работ до сниженной концентрации (до уровня ПДК). В ходе моделирования определено, что угол наклона длинной оси, длина длинной оси замкнутого круга, глубина карьера, скорость ветра и направление ветра являются основными факторами, влияющими на диффузию пыли в карьере Sunken.

<sup>3</sup> См.: Федорова Н. Н., Вальгер С. А., Данилов М. Н., Захарова Ю. В. Основы работы в ANSYS 17. М., 2017. 210 с. ; ANSYS Products 19.0 with Documentation. URL: <https://avxhm.se/software/ANSYS-Products-19-0-with-Documentation.html> (дата обращения: 27.11.2022).

В исследовании другой группы китайских ученых (Huang Z. с коллегами) (Huang Z. et al., 2021) изучен механизм удаления пыли. Авторами проведено численное моделирование в реальном времени процесса загрязнения взрывной пылью в карьере с использованием теории двухфазного потока "газ – твердое тело" (метод Эйлера – Лагранжа) и механики взрыва.

В 2015 г. Kumar Vaibhav Raj (Raj, 2017) представил свои изыскания на тему моделирования аэродинамики атмосферы карьера в арктических условиях. В работе представлены методы моделирования геометрической модели карьера от двумерной модели до полного 3D-моделирования. Особое внимание Raj K.V. уделил правильному подбору параметров расчетной сетки. Для изучения проблемы переноса загрязнений использовались модель с усреднением по Рейнольдсу на основе модели Навье – Стокса (RANS), Realizable ( $k - \epsilon$ )-модель и модель, основанная на моделировании больших вихрей (LES). Прогнозируемые показатели в значительной степени отличались, но оставались в пределах одного и того же порядка величины для всех мест, где были доступны измерения параметров загрязнения.

Сотрудники Горного института УрО РАН (Бублик С. А., Семин М. А.) в работе (Бублик и др., 2022) представили результаты математического моделирования тепло- и воздухораспределения в карьерах при естественном проветривании. В двумерной постановке с учетом естественной конвекции и турбулентного движения воздуха (за исключением теплообмена с горным массивом и влияния солнечной радиации) промоделированы несколько температурных режимов.

Специалистами Казанского национального исследовательского технологического университета (Купцов и др., 2014) предложена вычислительная модель горизонтально однородного пограничного слоя атмосферы, учитывающая различные варианты атмосферной устойчивости (нейтральной, устойчивой и неустойчивой стратификации). Для турбулентного замыкания использована ( $k - \epsilon$ )-модель турбулентности с модифицированными константами и дополнительным источниковым членом в уравнении для кинетической энергии турбулентности. Авторы отмечают, что решаемые в программном продукте уравнения не вполне адекватно описывают физику турбулентности в атмосферном пограничном слое.

#### COMSOL<sup>4</sup>

В работе Амосова П. В. с коллегами (Амосов и др., 2015) представлены описание математической модели в приближении слабой сжимаемости и результаты численных экспериментов аэротермодинамических процессов в атмосфере карьера. Задача поступления холодного и теплого воздуха в карьер решается в пространстве реального масштаба в двумерной постановке. Выполнена симуляция аэротермодинамических процессов применительно к карьерам при различных температурных градиентах и вариации скорости воздуха.

В качестве примера практического использования CFD-моделей в рудничной аэрологии в работах сотрудников Горного института КНЦ РАН приведены результаты двумерного моделирования структуры полей скорости для карьера Центральной-Глубокий КФ АО "Апатит" и карьера Железный Ковдорского ГОКа на Кольском полуострове. Полученные данные свидетельствуют о существенном ослаблении воздушных потоков на дне глубоких карьеров [более значительном, чем для карьеров средней глубины (до 350 м)]. В публикациях (Козырев и др., 2014; 2015) представлены результаты численного моделирования процессов распределения воздушных потоков в карьерном пространстве и нормализации атмосферы карьера путем нагнетательного способа проветривания; рассмотрены варианты поступления воздуха через вентиляционные восстающие и горизонтальные выработки. В ходе анализа отмечены существенные изменения в структуре скоростных потоков в пространстве карьера при использовании альтернативных способов подачи воздуха.

Результаты исследований процессов пыления на хвостохранилище АНОФ-2 на базе численного моделирования в продолжение начатых Баклановым А. А. работ еще в прошлом веке (Бакланов, 1988; Baklanov et al., 1998) опубликованы в монографии (Амосов и др., 2014), ряде статей (Амосов и др., 2018а; Амосов и др., 2022), представлены в материалах конференций разного уровня. Основные выводы приведены в готовящейся к публикации монографии сотрудников Института проблем промышленной экологии Севера КНЦ РАН.

В работе Амосова П. В. (Амосов, 2022) приведены результаты моделирования процессов проветривания карьера при вариации основных параметров модели, в частности:

– определен доминирующий фактор, оказывающий влияние на загрязнение атмосферы карьеров. В паре факторов "взрывные работы – ветровой режим", действующих на процесс естественного проветривания разнонаправлено, доминирующим является ветровой режим;

– исследовано влияние местоположения массовых взрывов и начальной высоты подъема пылегазового облака на время проветривания карьера и уровень загрязнения атмосферы верхнего борта карьера вниз по ветровому потоку; выполнен анализ расчетного времени естественного проветривания карьера и динамики загрязнения атмосферы верхнего борта карьера вниз по ветровому потоку при варьировании двух параметров

---

<sup>4</sup> См.: Интегрированная среда численного моделирования COMSOL. URL: <https://www.comsol.ru/> (дата обращения 12.01.2014) ; CFD Module. User's Guide. URL : <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.cfd/CFDModuleUsersGuide.pdf> (дата обращения 16.11.2020).

модели: местоположения массовых взрывов и начальной высоты подъема пылегазового облака при фиксированных значениях начальной концентрации газовой компоненты в облаке и скорости набегающего ветрового потока;

– выполнена оценка влияния местоположения массовых взрывов, начальной высоты подъема пылегазового облака и скорости ветрового потока на верхнем борту карьера на время естественного проветривания карьера и уровень загрязнения атмосферы верхнего борта карьера вниз по ветровому потоку. В ходе анализа показано, что уменьшение высоты подъема пылегазового облака не всегда обеспечивает снижение уровня загрязнения на верхнем борту карьера вниз по потоку.

#### Обоснование цели исследования

Приведенные выше примеры по использованию неспециализированных программных продуктов при решении проблем обеспечения качества атмосферы, загрязняемой в результате деятельности предприятий горнопромышленного комплекса, рассматривают воздушную среду в ряде известных приближений (приближение несжимаемой жидкости, для неизотермических потоков модели несжимаемого идеального газа, Буссинеска, слабой сжимаемости), весьма далеких от реальной атмосферы.

Представляется необходимым попытаться, используя возможности неспециализированных программных комплексов (не только COMSOL), определить необходимые и реализуемые модификации программ, чтобы можно было применять их для исследований процессов пыления и переноса пылевых загрязнений при различных состояниях (неустойчивых, нейтральных, инверсионных) приземного слоя атмосферы.

В 1990-х гг. популярным было программное обеспечение PHOENICS<sup>5</sup>, с помощью которого предпринимались попытки численного моделирования пограничного слоя атмосферы и переноса загрязнений в сложных орографических условиях. Так, авторы работ (*Baklanov et al., 1997; Baklanov, 2000*) для численного моделирования аэротермодинамики атмосферы нейтральной устойчивости решали уравнения гидродинамики с учетом сжимаемости. Замыкание полной системы уравнений достигалось с помощью  $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности с небольшими модификациями.

При этом авторы (*Baklanov et al., 1997; Baklanov, 2000*) отмечают, что большинство моделей атмосферного пограничного слоя используют систему уравнений гидротермодинамики с гидростатическим приближением в приближении Буссинеска (*Physick, 1988*) и без включения полностью сжимаемой системы.

Модель микроклимата атмосферы описана в исследованиях 1970–1990-х гг. (*Берлянд, 1975; Бакланов, 1988; Baklanov et al., 1998; Марчук, 1982; Методы ..., 1983; Пененко и др., 1985; Нормализация ..., 1986; Бакланов и др., 1995*) и в работах 2000-х гг. (*Шлычков и др., 2005; Леженин и др., 2016; Шлычков, 2005; Рапуста и др., 2014*); она была реализована применительно к задаче пыления Баклановым А. А. и Ригиной О. Ю. (*Бакланов, 1988; Baklanov et al., 1998*).

В настоящее время представляется достаточно очевидной необходимость совершенствования разработанных компьютерных моделей с учетом состояния атмосферы. Такое усовершенствование можно осуществить, используя в качестве основы модель, описанную в статье Бакланова А. А. и Ригиной О. Ю. (*Baklanov et al., 1998*).

#### Описание моделей

##### Пространственная математическая модель

В работе (*Baklanov et al., 1998*) применена модель динамики пограничного слоя атмосферы, которая использует гидростатическое приближение (без учета сжимаемости атмосферы) в приближении Буссинеска. Введение потенциальной температуры и функции Экснера для давления позволяет опустить малые члены и линеаризовать нелинейные члены в уравнениях движения. Трехмерная модель динамики атмосферы в локальном масштабе над сложным рельефом, которая базируется на предыдущих работах авторов (*Бакланов, 1988; Нормализация..., 1986*), записана в следующем виде:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{u'_j u'_i} \right) + \xi_i, \quad (1a), (1b), (1v)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} + S u_3 = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{u'_j T'} \right) + Q_z + J_T, \quad (3)$$

<sup>5</sup> См.: Агранат В. М., Перминов В. А., Шатохин А. А. Введение в PHOENICS. Томск, 2014. 47 с.; Компьютерное моделирование процессов теплопроводности и конвекции в программном комплексе PHOENICS: метод. указания к выполнению лабораторных работ / сост. : О. В. Воркунов, Р. А. Ишмуратов. Казань, 2013. 28 с.

где  $i, j = 1, 2, 3$ ;  $\xi_i = (lu_2, -lu_1, g\beta T)$ ;  $\rho, p, T$  – плотность, функция приведенного давления и потенциальной температуры воздуха;  $t$  – время;  $u_1, u_2, u_3$  – компоненты скорости ветра вдоль осей  $x_1, x_2, x_3$  соответственно;  $S, l$  – параметры стратификации и Кориолиса;  $\beta$  – коэффициент объемного расширения;  $\nu, \lambda$  – коэффициенты молекулярно-кинематической вязкости и теплопроводности;  $Q_z$  – радиационная составляющая притока тепла;  $J_T$  – антропогенный источник;  $\overline{u'_j u'_i}$  и  $\overline{u'_j T'}$  – турбулентные члены, определяемые из модели замыкания.

Предлагается принять приведенную систему уравнений за основу в достижении цели, а именно определить необходимые изменения в системе уравнений, описывающих турбулентный режим движения воздуха в приближении несжимаемой жидкости в неспециализированном программном коде COMSOL, чтобы модифицированную модель можно было использовать для моделирования пограничного слоя атмосферы и последующего изучения переноса пыли.

Разработчики программы COMSOL для моделирования аэродинамических процессов в приближении несжимаемой жидкости для турбулентного режима предлагают к использованию следующую систему уравнений: уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу (4а), (4б) и (4в); уравнение неразрывности (5); уравнение нестационарного переноса тепла (6);  $(k - \varepsilon)$ -модель турбулентности (7а) и (7б) и ряд вспомогательных соотношений:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_T \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial u}{\partial z} \right) + F_x, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_T \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial v}{\partial z} \right) + F_y, \quad (4б)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_T \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial w}{\partial z} \right) + F_z, \quad (4в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (5)$$

$$\rho C_p \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \rho C_p u \frac{\partial \vartheta}{\partial x} + \rho C_p v \frac{\partial \vartheta}{\partial y} + \rho C_p w \frac{\partial \vartheta}{\partial z} = Q + q_s \vartheta + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_T \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_T \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_T \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \right), \quad (6)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} + \rho w \frac{\partial k}{\partial z} = \eta_T P(\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_T \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial k}{\partial z} \right) - \rho \varepsilon, \quad (7a)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + \rho w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon \eta_T P(\bar{u})}{k} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (7б)$$

где  $P(\bar{u}) = \nabla \bar{u} : (\nabla u + (\nabla \bar{u})^T)$ ;  $\eta_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ ;  $k_T = \eta_T / Sc$ ;  $t$  – время;  $u, v, w$  – компоненты вектора скорости потоков в направлении осей  $x, y, z$  соответственно;  $\vartheta$  – температура воздуха;  $\rho$  – плотность воздуха;  $p$  – давление;  $C_p$  – теплоемкость воздуха при постоянном давлении;  $F_x, F_y, F_z$  – компоненты вектора массовых сил по осям  $x, y, z$  соответственно;  $Q$  – источниковый член;  $q_s$  – коэффициент теплопереноса;  $\eta_T$  – коэффициент динамической турбулентной вязкости;  $k_T$  – коэффициент теплопроводности;  $k$  – удельная кинетическая энергия турбулентности;  $\varepsilon$  – скорость вязкой диссипации энергии турбулентности;  $\nabla$  – оператор Гамильтона;  $T$  – транспонирование;  $Sc$  – число Прандтля – Шмидта;  $C_\mu = 0,09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ ,  $\sigma_k = 1,0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$  – константы  $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности.

Рассмотрим возможности по модификации стандартной  $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности для выполнения расчетов аэротермодинамики атмосферы. В уравнениях  $(k - \varepsilon)$ -модели турбулентности, используемой авторами версии COMSOL 3.5a, не имелось возможности внесения изменений. Это, безусловно, недостаток. По мнению ряда исследователей, использование стандартной модели требует определенных модификаций модели, включающих изменение констант турбулентности, различных граничных условий для верхней и входной границы, добавление источниковых членов и т. д.<sup>6</sup> (Baklanov et al., 1997; Baklanov, 2000; Alinot et al., 2002; Alinot et al., 2005; Balogh et al., 2012; Parente et al., 2010; Pontiggia et al., 2009; Russell, 2009; Blocken et al., 2007).

<sup>6</sup> Training Materials and Best Practices for Chemical Weather/Air Quality Forecasting. ETR-26. Geneva, Switzerland : World Meteorological Organization, 2020. 576 p. URL: [https://library.wmo.int/doc\\_num.php?explnum\\_id=10439](https://library.wmo.int/doc_num.php?explnum_id=10439).

Уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу, и уравнения теплопереноса содержат слагаемые (источниковые члены), которые можно использовать для модификации.

Перепишем систему (1)–(3) трехмерных уравнений термогидродинамики турбулентной атмосферы (без уравнения переноса влажности) в удобном для почленного сравнения в следующем виде (*Нормализация...*, 1986):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} + lv + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{ux} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{uy} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_u \frac{\partial u}{\partial z} \right) + J_u, \quad (8a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial y} - lv + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{vx} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{vy} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) + J_v, \quad (8б)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial z} + \lambda \vartheta' + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{wx} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{wy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_w \frac{\partial w}{\partial z} \right) + J_w, \quad (8в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \vartheta'}{\partial t} + u \frac{\partial \vartheta'}{\partial x} + v \frac{\partial \vartheta'}{\partial y} + w \frac{\partial \vartheta'}{\partial z} + S w = \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu_{x\vartheta'} \frac{\partial \vartheta'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_{y\vartheta'} \frac{\partial \vartheta'}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu_{\vartheta'} \frac{\partial \vartheta'}{\partial z} \right) + R_\vartheta + J_{\vartheta'}, \quad (10)$$

где  $\mu_{\alpha\alpha}$ ,  $\mu_{\alpha\gamma}$ ,  $\nu_\alpha$  ( $\alpha = u, v, w, \vartheta'$ ) – горизонтальные и вертикальные коэффициенты турбулентности для количества движения и тепла соответственно;  $l$  – параметр Кориолиса;  $\vartheta'$  – отклонения потенциальной температуры от фоновой;  $\pi$  – приведенное давление;  $\lambda$  – параметр конвекции (плавучести) ( $g/\bar{T}$ ) (знаменатель равен 273 К);  $S$  – параметр фоновой стратификации;  $J_u, J_v, J_w$  – составляющие векторов, определяющих искусственные источники (стоки) импульса по осям;  $J_{\vartheta'}$  – искусственные источники (стоки) тепла, работающие по заданному режиму;  $R_\vartheta$  – поток радиации.

Из почленного сравнения уравнений (1a)–(1в), (2), (3) и (8a)–(8в), (9), (10) определим необходимые модификации в уравнениях программы COMSOL:

- в уравнение (4a) добавляем  $F_x = \rho lv$  (компонента силы Кориолиса);
- в уравнение (4б) добавляем  $F_x = -\rho lv$  (компонента силы Кориолиса);
- в уравнение (4в) добавляем  $F_z = \rho \lambda \vartheta'$  (эффект плавучести);
- в уравнение (6) добавляем  $Q = -\rho C_p S w + \rho C_p R_\vartheta$  (фоновая стратификация, потоки радиации)

и используем условие  $q_s = 0$ .

Итоговая система уравнений трехмерной модели имеет такой вид:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_r \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_r \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_r \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho lv, \quad (11a)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} + \rho w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_r \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_r \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_r \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \rho lv, \quad (11б)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho v \frac{\partial w}{\partial y} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_r \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_r \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_r \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho \lambda \vartheta', \quad (11в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (12)$$

$$\rho C_p \frac{\partial \vartheta'}{\partial t} + \rho C_p u \frac{\partial \vartheta'}{\partial x} + \rho C_p v \frac{\partial \vartheta'}{\partial y} + \rho C_p w \frac{\partial \vartheta'}{\partial z} =$$

$$= -\rho C_p S w + \rho C_p R_\vartheta + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_r \frac{\partial \vartheta'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_r \frac{\partial \vartheta'}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_r \frac{\partial \vartheta'}{\partial z} \right), \quad (13)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho v \frac{\partial k}{\partial y} + \rho w \frac{\partial k}{\partial z} = \eta_r P(\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_r \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_r \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_r \frac{\partial k}{\partial z} \right) - \rho \epsilon, \quad (14a^{\#})$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} + \rho w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{C_{\epsilon 1} \epsilon \eta_r P(\bar{u})}{k} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_r \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \eta_r \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_r \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}. \quad (14б^{\#})$$

*Двухмерная математическая модель*

Переход к двухмерной задаче (координаты  $X-Z$ ) достаточно простой: исключаем все члены с переменной  $y$ , силу Кориолиса в уравнениях сохранения импульса и радиационные потоки в уравнении сохранения энергии. Именно с плоской задачи предполагается начать построение компьютерных моделей:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad (15a)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial t} + \rho u \frac{\partial w}{\partial x} + \rho w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial \pi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \rho \lambda \mathcal{G}', \quad (15b)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (16)$$

$$\rho C_p \frac{\partial \mathcal{G}'}{\partial t} + \rho C_p u \frac{\partial \mathcal{G}'}{\partial x} + \rho C_p w \frac{\partial \mathcal{G}'}{\partial z} = -\rho C_p S w + \frac{\partial}{\partial x} \left( k_T \frac{\partial \mathcal{G}'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k_T \frac{\partial \mathcal{G}'}{\partial z} \right), \quad (17)$$

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u \frac{\partial k}{\partial x} + \rho w \frac{\partial k}{\partial z} = \eta_T P(\bar{u}) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial k}{\partial z} \right) - \rho \varepsilon, \quad (18a)$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho w \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon \eta_T P(\bar{u})}{k} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \eta_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \quad (18b)$$

Коэффициент турбулентного переноса тепла в уравнении (17) определяется посредством осреднения коэффициента турбулентной вязкости по области моделирования с поправкой на число Прандтля – Шмидта (Теодорович, 1988)].

Таким образом, предстоит выполнить следующие дополнения:

– в уравнениях сохранения импульса для горизонтальной компоненты источниковый член равен нулю  $J_u = 0$ , а для вертикальной компоненты следует добавить член, учитывающий эффект плавучести  $J_w = +\rho \cdot \lambda \cdot \mathcal{G}'$  [кг/(м<sup>2</sup>·с<sup>2</sup>)];

– в уравнении переноса тепла включен источниковый член  $Q = -S \cdot C_p \cdot \rho \cdot v$  (Вт/м<sup>3</sup>). Коэффициент  $q_s$  в уравнении теплопереноса равен нулю ( $q_s = 0$ ).

Параметр фоновой стратификации атмосферы определяем как  $S = \gamma_a - \gamma$ , где  $\gamma$  – градиент температуры,  $\gamma_a$  – адиабатический градиент температуры (сухоадиабатический градиент температуры равен  $-0,01$  °C/м).

Напомним, что если  $\gamma < -\gamma_a$ , то атмосфера стратифицирована неустойчиво (развивается конвекция); если  $\gamma > -\gamma_a$ , то атмосфера стратифицирована устойчиво (конвекция подавляется). В соответствии с терминологией, указанной в документе "Изменение потенциальной температуры с высотой при различных видах стратификации атмосферы"<sup>7</sup>, где можно найти вывод параметра фоновой стратификации как

$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} = \mathcal{G} / T \cdot (\gamma_a - \gamma)$ , следует, что при сухонеустойчивой стратификации  $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} < 0$ , при сухобезразличной

$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} = 0$ , при сухоустойчивой стратификации  $\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} > 0$ , что согласуется с выводами, полученными качественным

методом.

*Начальные и граничные условия модели*

Используемые при описании граничных и начальных условий обозначения подробно описаны в документации программного продукта COMSOL.

Начальные условия при  $t = 0$  таковы:  $\bar{u} = \bar{u}(\bar{x})$ ;  $\mathcal{G}' = 0$ ;  $\pi = \pi_0$ ;  $k = k_0$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_0$ .

Граничные условия ( $H$  – верхняя граница модели) приняты как в исходной модели, так и установлены по умолчанию разработчиками программы (табл. 1).

Для параметров турбулентности использованы следующие граничные условия, которые установлены по умолчанию разработчиками программы (табл. 2).

<sup>7</sup> Изменение потенциальной температуры с высотой при различных видах стратификации атмосферы. URL: <https://mydocx.ru/9-112360.html> (дата обращения: 17.05.2020).



Таблица 1. Граничные условия  
 Table 1. Boundary conditions

Условие	Граница
$u = u_0(z), w = 0, \vartheta' = 0$	Входная граница $0 < z < H$
$\vec{n}(-k_T(\nabla\vartheta')) = 0$	Выходная граница $0 < z < H$
$\eta_T(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)\vec{n} = 0, \pi = \pi_0$ (отсутствие вязкого напряжения)	
$u = u_0(H), w = 0, \vartheta' = 0$	Верхняя граница $z = H$
$\vartheta' = f(x, z, t)$	Подстилающая поверхность $z = \delta(x)$
$\vec{n} \cdot \vec{u} = 0, \eta_T(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)\vec{n} = \left[ \rho C_\mu^{0.25} k^{0.25} / \left( \frac{\ln(\delta_w^+)}{\kappa} + C^+ \right) \right] \vec{u}$ (логарифмическая функция стенки)	

Таблица 2. Граничные условия для параметров турбулентности  
 Table 2. Boundary conditions for turbulence parameters

Условие	Граница
$k = k_0, \varepsilon = \varepsilon_0$	Входная граница
$\vec{n} \cdot \nabla k = 0, \vec{n} \cdot \nabla \varepsilon = 0$	Выходная граница
$k = k_0, \varepsilon = \varepsilon_0$	Верхняя граница
$\vec{n} \cdot \nabla k = 0, \varepsilon = C_\mu^{0.75} k^{1.5} / (\kappa \delta_w^+), \delta_w^+ = \delta_w \rho C_\mu^{0.25} k^{0.5} / \eta$ (логарифмическая функция стенки)	Подстилающая поверхность

Таким образом, в результате выполненных преобразований система уравнений (15а), (15б), (16), (17) становится подобной системе уравнений, описанной в работе (Бакланов, 1988), с соответствующим набором краевых условий, т. е. в рамках коммерческого программного продукта COMSOL создана аэротермодинамическая модель микроклимата атмосферы, которая учитывает параметры конвекции (плавучести) и фоновой стратификации.

#### Геометрическое представление аэротермодинамической модели

Работоспособность предлагаемого подхода проверена на модели, геометрия которой представлена на рис. 1, а и б. Размер области моделирования составляет  $3\,000 \times 1\,000$  м. В координатах 250 и 950 м вдоль горизонтальной оси находятся начало и конец возвышенности высотой 100 м (в координатах 350 – 850 м – будущий источник пыления).

#### Результаты расчетов и обсуждение

Для тестирования модели приняты следующие значения:

- горизонтальная компонента скорости 5 м/с (на высоте +10 м над основанием модели; на верхней границе фиксируется значение, определяемое по логарифмическому закону 9,337 м/с);
- отклонение потенциальной температуры на границе раздела "земля – воздух" равно 0 °С;
- значение параметра стратификации варьируется в диапазоне от –0,05 до +0,05 °С/м с шагом 0,01 °С/м.

Положительные значения должны обеспечить выстраивание инверсионных состояний атмосферы, а отрицательные – стратифицированно неустойчивых состояний. Предполагается варьировать параметр фоновой стратификации в указанном интервале, чтобы оценить его влияние на величину вертикального потока массы пыли (ВПМ), который рассчитывается по зависимости, указанной в работе (Westphal et al., 1988), как функции 4-й степени динамической скорости.

Эффект влияния параметра стратификации на структуру потока выявлен посредством сравнения местоположений и формы линий тока, отвечающих различным значениям параметра фоновой стратификации. В частности, на рис. 1, а и б представлены расчетные поля скорости и линии тока для двух крайних значений параметра фоновой стратификации (–0,05 и +0,05 °С/м). Несмотря на простую геометрию модели, отклонения в местоположениях и формах линии тока достаточно очевидны, хотя и не столь значительны. Анализ осредненной по области моделирования величины коэффициента турбулентной вязкости свидетельствует о том, что интервал изменения для двух крайних значений параметра фоновой стратификации не превышает 4 %.

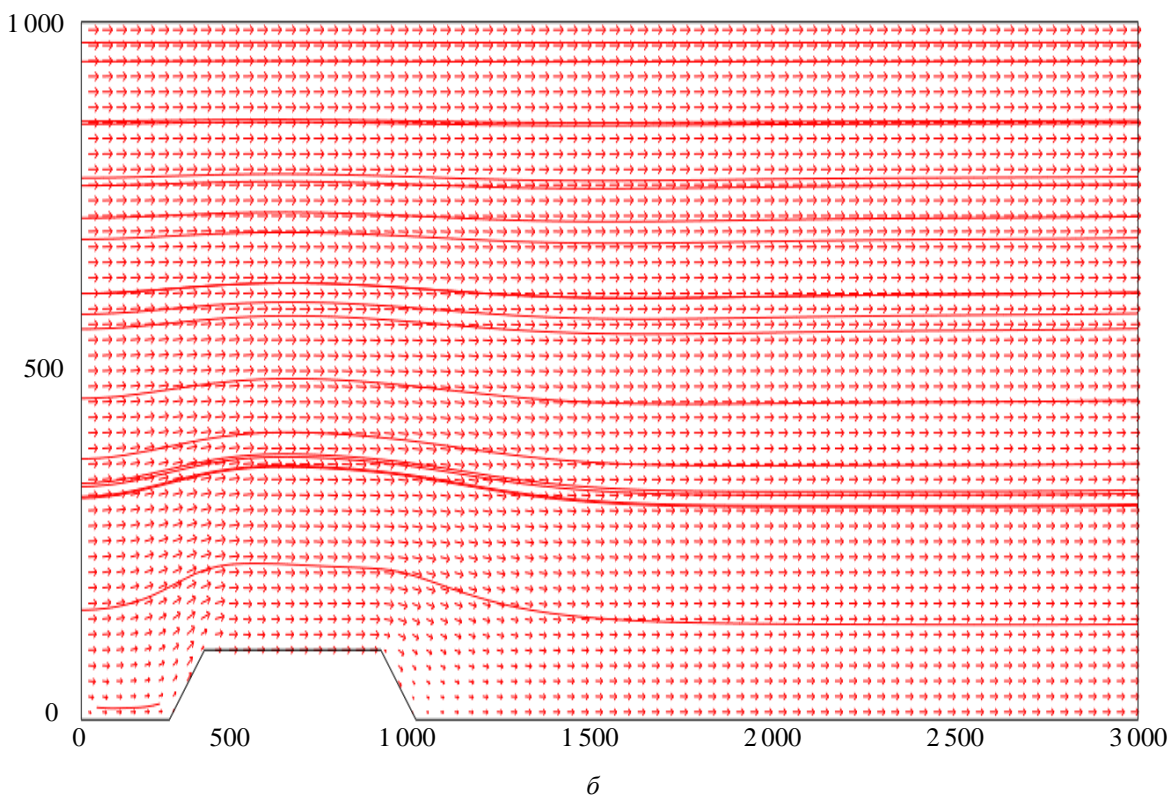
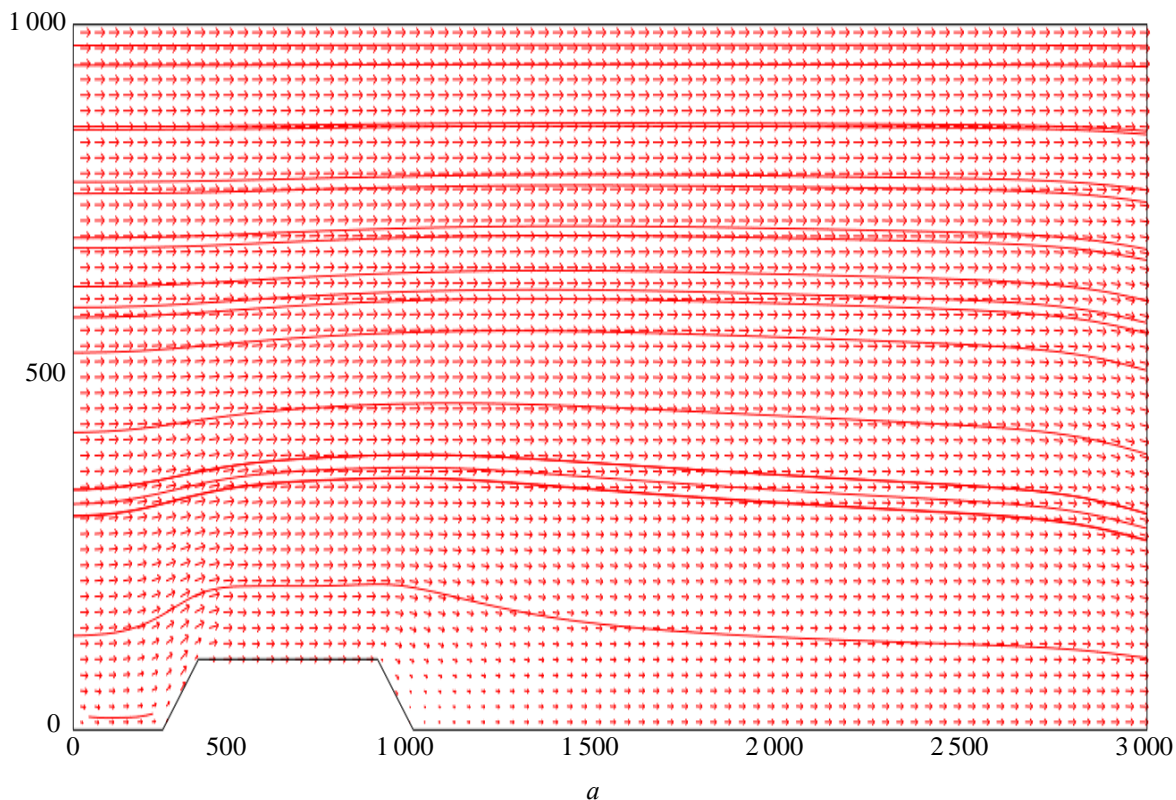


Рис. 1. Расчетное поле скорости и линии тока для двух значений параметра фоновой стратификации:  $-0,05\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  (а);  $+0,05\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  (б)  
Fig. 1. Calculated velocity field and streamlines for two values of the background stratification parameter:  $-0.05\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  (a);  $+0.05\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  (b)

Эффект влияния параметра стратификации на пространственное распределение отклонений потенциальной температуры от фоновой качественно и количественно отражены на рис. 2, *а* и *б*. Изолинии построены на один и тот же момент времени (практически стационарный режим, время расчета продлено до 14 400 с) при отрицательном и положительном значении параметра фоновой стратификации (использовано одинаковое количество изолиний).

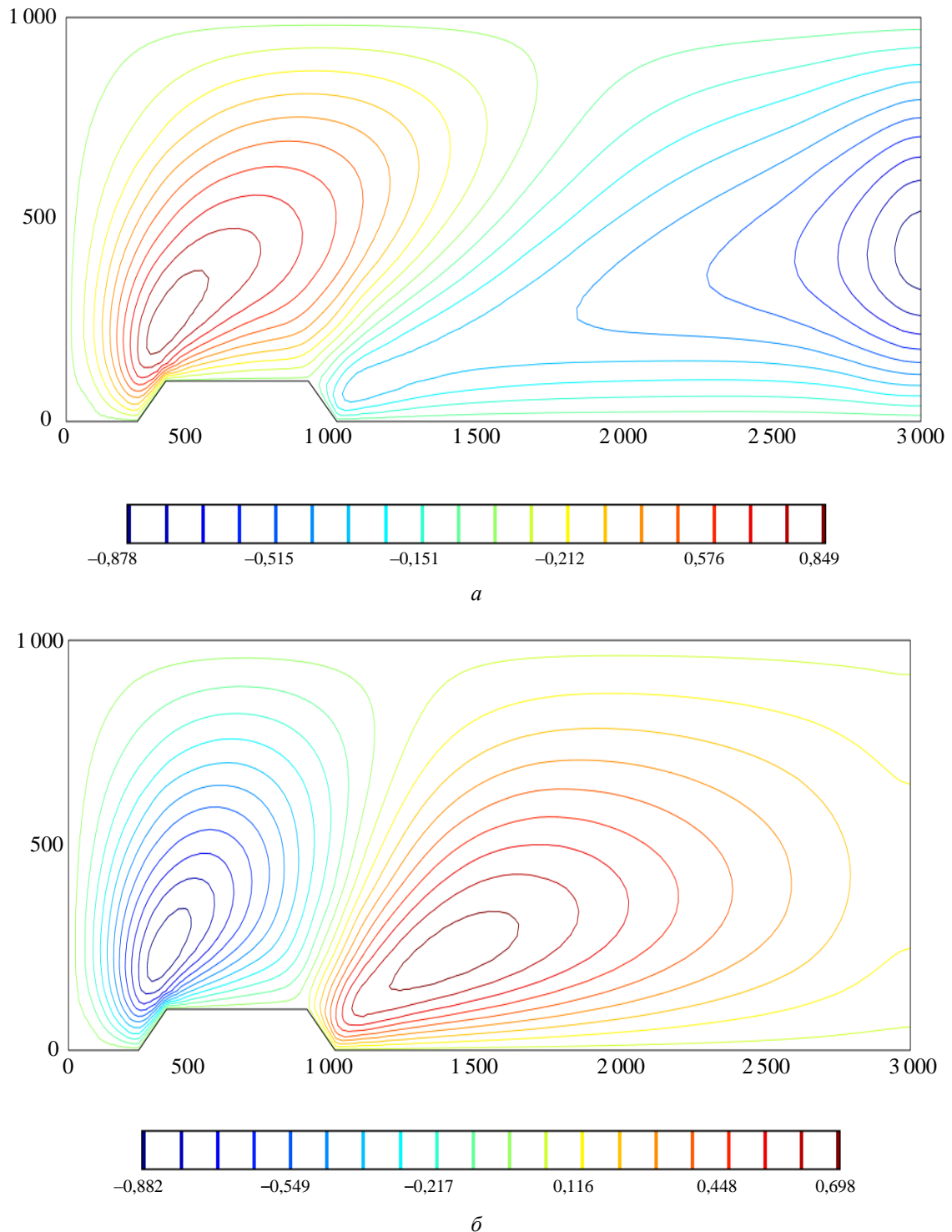


Рис. 2. Пространственные распределения отклонений потенциальной температуры от фоновой для двух значений параметра фоновой стратификации:  $-0,03\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  (*а*);  $+0,03\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$  (*б*)  
Fig. 2. Spatial distributions of potential temperature deviations from the background temperature for two values of the background stratification parameter:  $-0.03\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  (*а*);  $+0.03\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{m}$  (*б*)

При отрицательном значении параметра фоновой стратификации положительные значения отклонений потенциальной температуры прогнозируются в левой части области моделирования, а отрицательные значения – в правой. При положительном значении параметра наблюдается обратная картина: в набегающем потоке – отрицательные отклонения потенциальной температуры, а вниз по потоку – положительные. Форма изолиний также имеет существенные различия, особенно в правой части области моделирования.

Количественные эффекты влияния параметра фоновой стратификации на аэротермодинамику атмосферы показаны на рис. 3–5.

Распределение отклонений потенциальной температуры от фоновой по высоте (до 350 м) вдоль вертикальной оси, восстановленной к основанию в точке с координатой 2 500 м, представлено на рис. 3. Кривые, расположенные выше оси абсцисс, соответствуют положительным значениям параметра фоновой стратификации (инверсионные состояния). Графики, расположенные ниже оси абсцисс, соответствуют отрицательным значениям параметра (стратифицированы неустойчивые состояния).

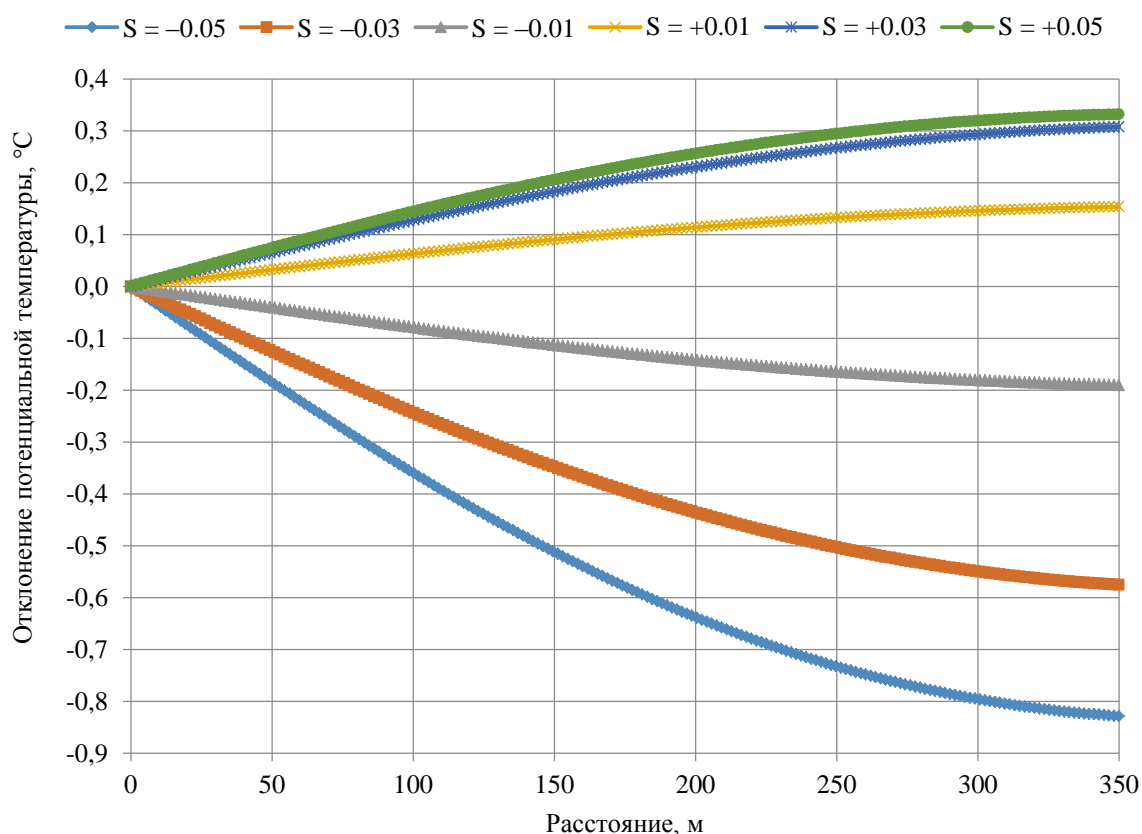
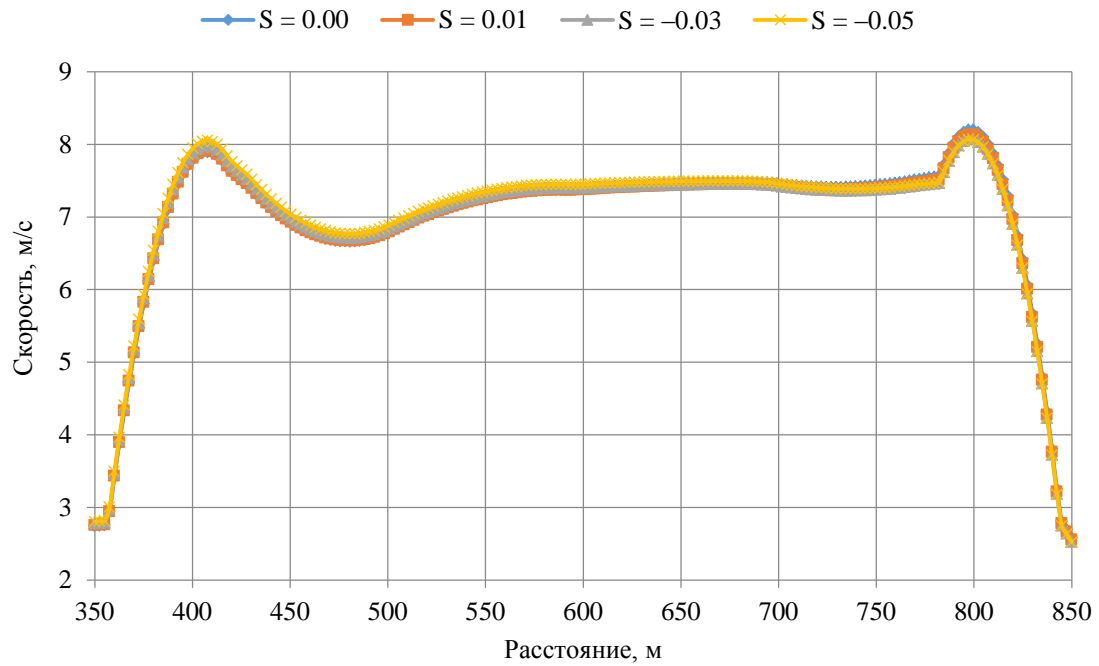


Рис. 3. Распределение отклонений потенциальной температуры от фоновой вдоль вертикальной оси при вариации параметра фоновой стратификации  
 Fig. 3. Distributions of deviations of the potential temperature from the background temperature along the vertical axis with variation of the background stratification parameter

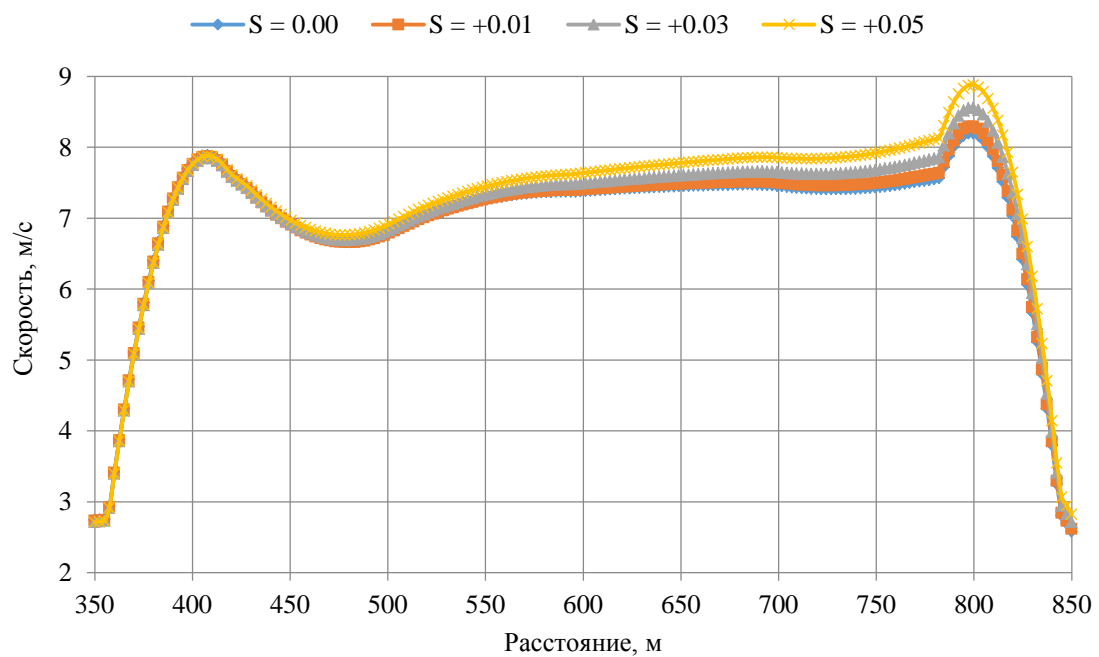
Несимметричность расположения кривых относительно горизонтальной оси соответствует определению параметра фоновой стратификации. Поведение кривых объективно отражает физику процесса. С ростом абсолютной величины параметра фоновой стратификации увеличивается модуль среднего значения градиента отклонений потенциальной температуры.

Для выполнения расчетов переноса пыли (Амосов и др., 2018) требуется знание ВПМ пыли, поэтому выполнен анализ поведения горизонтальной компоненты скорости воздуха над источником пыления. На рис. 4, а и б изображены кривые горизонтальной компоненты скорости при отрицательных и положительных значениях параметра фоновой стратификации соответственно.

Эффект параметра стратификации достаточно нагляден. Если для отрицательных значений параметра в области "плато" поведение кривых достаточно похожее, то для положительных значений параметра, наоборот: в правой половине источника пыления кривые начинают заметно расходиться и значения экстремумов увеличиваются (почти до 9 м/с).



*a*



*б*

Рис. 4. Распределение горизонтальной компоненты скорости над источником пыления при отрицательных (*a*) и положительных (*б*) значениях параметра стратификации  
Fig. 4. Distribution of the horizontal velocity component over the dust source with variation of the stratification parameter: *a* – negative; *б* – positive

Интересно проследить за осредненными значениями горизонтальной компоненты скорости и, как следствие, динамической скорости на высоте пыления и ВПМ (Амосов и др., 2018), с увеличением параметра фоновой стратификации (от отрицательного к положительному). Расчетные значения динамической скорости на высоте пыления в зависимости от параметра фоновой стратификации приведены в табл. 3.

Таблица 3. Значения динамической скорости на высоте пыления при вариации параметра фоновой стратификации  
Table 3. Dynamic velocity values at dusting height with variation of the background stratification parameter

Параметр стратификации, °С/м	Динамическая скорость, м/с
-0,05	0,54479
-0,04	0,54316
-0,03	0,54186
-0,02	0,54105
-0,01	0,54094
0,00	0,54176
0,01	0,54370
0,02	0,54685
0,03	0,55112
0,04	0,55630
0,05	0,56209

Графическое изображение функции вертикального потока массы, который рассчитан в зависимости от параметра фоновой стратификации (*Westphal et al., 1988*), представлено на рис. 5. В результате расчета прогнозируется сложное поведение величины ВПМ с переходом атмосферы из неустойчивого состояния в инверсионное с минимумом при значении, близком к сухо- и влажноадиабатическому градиенту температуры; очевиден эффект асимметрии. Если за минимальное значение ВПМ принять величину интенсивности пыления на уровне  $2,48 \cdot 10^{-6}$  кг/(м<sup>2</sup>·с), то можно отметить, что переход атмосферы в инверсионное состояние приводит к более значительному увеличению величины ВПМ, чем переход в неустойчивое состояние атмосферы: при инверсионном состоянии атмосферы наблюдается рост почти 17 %; при неустойчивом – прирост менее 3 %.

Представленный на рис. 5 график хорошо описывается квадратичной функцией от параметра стратификации. Вертикальный поток массы, рассчитанный по зависимости, указанной в работе (*Westphal et al., 1988*), аппроксимируется с коэффициентом достоверности 0,9969 функцией (19):

$$F_w = 9,0527 \cdot 10^{-5} \cdot S^2 + 3,1882 \cdot 10^{-6} \cdot S + 2,5022 \cdot 10^{-6}. \quad (19)$$

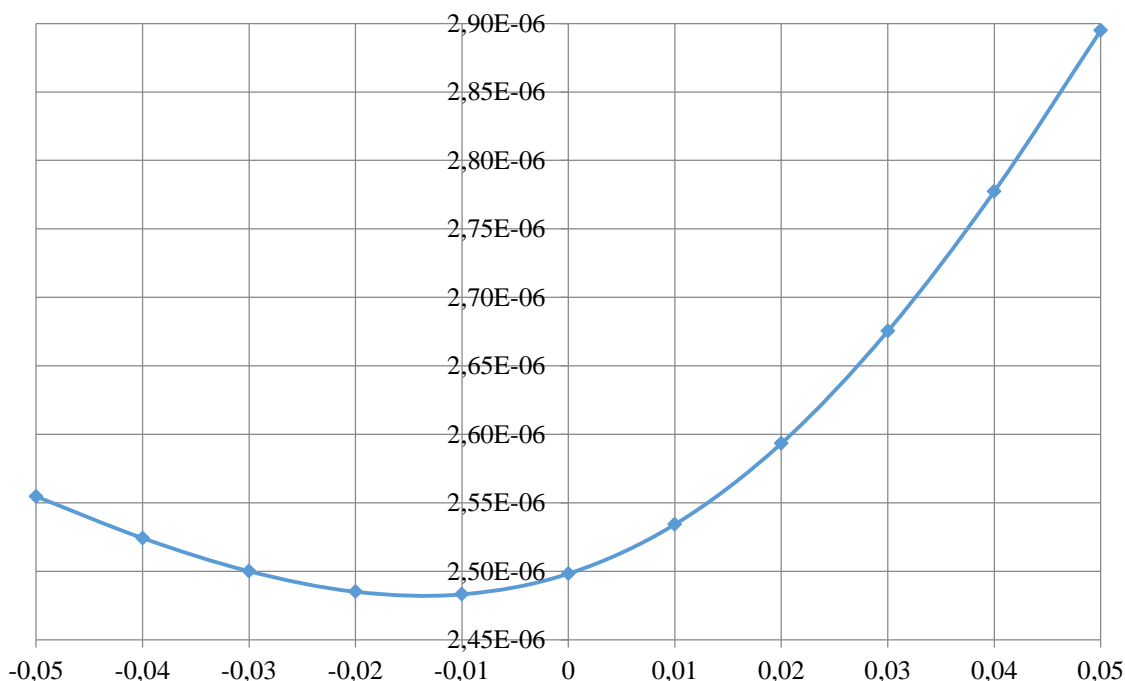


Рис. 5. Распределение вертикального потока массы при вариации параметра стратификации  
Fig. 5. Distribution of vertical mass flux with variation of the stratification parameter

Таким образом, минимум величины ВПМ соответствует значению параметра фоновой стратификации, составляющему примерно  $-0,018$  °С/м. Такое поведение величины ВПМ в зависимости от параметра фоновой стратификации позволяет утверждать, что и уровень загрязнения атмосферы вниз по потоку в условиях инверсионного состояния атмосферы будет превышать загрязнение в условиях неустойчивой атмосферы.

### **Заключение**

В результате проведенного исследования:

– представлен обзор исследований аэротермодинамики и загрязнения атмосферы, выполняемых с использованием неспециализированных программных комплексов вычислительной гидродинамики (CFD-моделирование) в приложении к задачам на объектах горной промышленности;

– обоснована необходимость усовершенствования CFD-моделей, используемых для прогноза загрязнения атмосферы при пылении хвостохранилищ и других объектов горнодобывающей промышленности (в том числе карьеров). В качестве направления совершенствования моделей при использовании неспециализированного кода COMSOL выбран подход, используемый при решении задач охраны окружающей среды Марчуком Г. И., Пененко В. В. и др.;

– описаны необходимые дополнения к программной среде COMSOL с целью учета в модели конвекции (плавучести) и параметра фоновой стратификации, обеспечивающих расчет аэротермодинамики атмосферы при различных состояниях атмосферы;

– создана в двухмерном варианте аэротермодинамическая модель микроклимата атмосферы, учитывающая параметры конвекции (плавучести) и фоновой стратификации, и апробирована на упрощенной модели хвостохранилища. При фиксированной скорости ветрового потока выполнены численные эксперименты и проанализированы аэродинамические параметры потоков, пространственные распределения отклонений потенциальной температуры в объеме модели; выполнены расчеты динамической скорости на высоте пыления и вертикального потока массы посредством зависимости, указанной в работе (*Westphal et al., 1988*);

– рассмотрена аналитическая зависимость прогноза вертикального потока массы от величины параметра стратификации; показана асимметричность (относительно сухо- и влажноадиабатического градиента температуры) величины вертикального потока массы по сравнению с неустойчивым и инверсионным состояниями. При инверсионных состояниях атмосферы величина вертикального потока массы пыли является максимальной, значит, и уровень загрязнения атмосферы вниз по ветровому потоку будет выше по сравнению с загрязнением при нейтральном или неустойчивом состояниях.

Представляется необходимым осуществить усовершенствование объемных авторских моделей и исследовать загрязнение атмосферы при вариации скорости ветрового потока в различных условиях состояния атмосферы. Кроме того, весьма интересным является применение подобной модели к задаче проветривания карьеров при проведении взрывных работ и эксплуатации оборудования с ДВС в условиях инверсионного состояния атмосферы.

### **Благодарности**

Работа выполнена в рамках темы НИР № 1021051803680-5 "Процессы трансформации природных и техногенных систем в условиях изменения климата в Арктической зоне Российской Федерации (на примере Мурманской области)".

### **Конфликт интересов.**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Библиографический список**

- Амосов П. В. Результаты анализа численного моделирования процесса проветривания карьера при различных местоположениях пылегазового облака и вариации скорости ветрового потока // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). 2022. № 60(86). С. 63–69. DOI: 10.36807/1998-9849-2022-60-86-63-69. EDN: GLRSBT.
- Амосов П. В., Бакланов А. А., Макаров Д. В., Маслобоев В. А. Численное моделирование загрязнения атмосферы в подходах случайного выбора дискретных участков пыления и поинтервального распределения размера пыли // Вестник МГТУ. 2022. Т. 25, № 1. С. 61–73. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2022-25-1-61-73>. EDN: YVINJK.
- Амосов П. В., Бакланов А. А., Маслобоев В. А. Обоснование методического подхода к оценке интенсивности пыления на хвостохранилище // Вестник Кольского научного центра РАН. 2018а. № 1. С. 5–14. DOI: <https://doi.org/10.25702/KSC.2307-5228-2018-10-1-5-14>. EDN: XTAVBJ
- Амосов П. В., Козырев С. А., Назарчук О. В. Исследование влияния теплового фактора на аэродинамические параметры атмосферы карьера на основе трехмерного компьютерного моделирования // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2019. № S 37. С. 322–332. DOI: 10.25018/0236-1493-2019-11-37-322-332. EDN: TNQCCLC.



- Амосов П. В., Козырев С. А., Назарчук О. В. Разработка компьютерной модели аэротермодинамики атмосферы карьера в Ansys Fluent // Известия Санкт-Петербургского государственного технологического института (технического университета). 2018b. № 44(70). С. 121–125. DOI: 10.15217/issn1998984-9.2018.44.121. EDN: XRZQYH.
- Амосов П. В., Новожилов Н. В. Исследование влияния температурного градиента на формирование метеополей атмосферы карьера (на базе численного моделирования) // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2015. № S 56. С. 528–534.
- Амосов П., Бакланов А., Ригина О. Численное моделирование процессов пыления хвостохранилищ. LAP LAMBERT Academic Publishing, 2014.
- Бакланов А. А. Численное моделирование в рудничной аэрологии. Апатиты : Кол. фил. АН СССР, 1988. 200 с.
- Бакланов А. А., Луковский В. Д., Ригина О. Ю. Современные представления о вентиляции карьеров / под ред. Г. В. Калабина. Апатиты : КНЦ РАН, 1995. 52 с.
- Баширов Н. Р. Метод динамического проектирования отвалов при предварительной симуляции воздушного потока // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2018. № 2. С. 40–47. DOI: <https://doi.org/10.21440/0536-1028-2018-2-40-47>. EDN: YSHQWA.
- Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л. : Гидрометеиздат, 1975. 448 с.
- Бублик С. А., Семин М. А. Математическое моделирование тепло- и воздухораспределения в карьерах при естественном проветривании // Горное эхо. 2022. № 1(86). С. 126–133. EDN: LWBUVJ.
- Гендлер С. Г., Борисовский И. А. Оценка особенностей формирования температурных инверсий при открытой добыче полезных ископаемых в условиях Арктики // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2021. № 4. С. 59–75. DOI: <https://doi.org/10.46689/2218-5194-2021-4-1-59-75>. EDN: THVQHT.
- Гридина Е. Б., Петров И. А. Влияние отработанного воздуха подземного рудника на атмосферу глубокого карьера при комбинированном способе отработки месторождения // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2017a. № S 5-1. С. 24–31. EDN: XQMDKX
- Гридина Е. Б., Петров И. А. Опыт математического моделирования процесса проветривания Оленегорского карьера в программном комплексе FlowVision // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2017b. № S 5-1. С. 32–42. EDN: XQMDLF.
- Качурин Н. М., Стась Г. В., Левин А. Д., Рыбак В. Л. Аэродинамика горных отвалов угольных шахт // Известия Тульского государственного университета. Науки о Земле. 2016. Вып. 1. С. 23–33. EDN: VTFVCSB.
- Козырев С. А., Амосов П. В. Моделирование выноса вредных примесей при проветривании глубоких карьеров с помощью вентиляционных горных выработок // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2015. № S 56. С. 390–398.
- Козырев С. А., Никитин Р. М., Амосов П. В., Массан В. В. Трехмерное компьютерное моделирование аэродинамики атмосферы глубоких карьеров // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). 2017. № S 5-1. С. 84–92. EDN: URRDBR.
- Козырев С. А., Амосов П. В. Пути нормализации атмосферы глубоких карьеров // Вестник МГТУ. 2014. Т. 17, № 2. С. 231–237. EDN: SMTOEN.
- Купцов А. И., Акберов Р. Р., Исламхузин Д. Я., Гимранов Ф. М. Численное моделирование пограничного слоя атмосферы с учетом ее стратификации // Фундаментальные исследования. 2014. № 9–7. С. 1452–1460. EDN: SWONEJ.
- Леженин А. А., Рапута В. Ф., Ярославцева Т. В. Численный анализ атмосферной циркуляции и распространения загрязняющих примесей в окрестностях Норильского промышленного района // Оптика атмосферы и океана. 2016. Т. 29, № 6. С. 467–471. DOI: <https://doi.org/10.15372/aoo20160603>. EDN: VZJPDL.
- Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М. : Наука, 1982. 320 с.
- Методы математического моделирования в гидродинамических задачах окружающей среды : сб. науч. тр. / под ред. В. В. Пененко. Новосибирск : ВЦ СО АН СССР, 1983. 168 с.
- Назарчук О. В. Исследование процесса загрязнения атмосферы карьерного пространства от точечных стационарных источников в условиях температурной инверсии и штиля // Проблемы недропользования. 2021. № 4(31). С. 97–104. DOI: <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2021.04.097>. EDN: QMDJEJ.
- Нормализация атмосферы глубоких карьеров / отв. ред. Н. З. Битколов, В. В. Пененко. Л. : Наука, 1986. 296 с.
- Пененко В. В., Алоян А. Е. Модели и методы для задач охраны окружающей среды / отв. ред. М. М. Лаврентьев. Новосибирск : Наука, 1985. 256 с.
- Рапута В. Ф., Шлычков В. А., Леженин А. А., Романов А. Н. [и др.]. Численный анализ данных аэрозольных выпадений примесей от высотного источника // Оптика атмосферы и океана. 2014. Т. 27, № 8. С. 713–718. EDN: SMGMXX.
- Старченко А. В., Нутерман Р. Б., Данилкин Е. А. Численное моделирование турбулентных течений и переноса примеси в уличных каньонах. Томск : Изд-во Том. ун-та, 2015. 252 с.
- Теодорович Э. В. Явления турбулентного переноса и метод ренормализационной группы // Прикладная математика и механика. 1988. Т. 52, № 2. С. 218–224.



- Шлычков В. А. Численная модель пограничного слоя атмосферы с детализацией конвективных процессов на основе вихререзающего подхода // *Аэрозоли Сибири / под ред. К. П. Куценого*. Новосибирск : Изд-во СО РАН, 2005. С. 372–389.
- Шлычков В. А., Мальбахов В. М., Леженин А. А. Численное моделирование атмосферной циркуляции и переноса загрязняющих примесей в Норильской долине // *Оптика атмосферы и океана*. 2005. Т. 18, № 5–6. С. 490–496. EDN: HRPJCI.
- Ястребова К. Н. Имитационное моделирование процесса обтекания бортов открытой горной выработки естественным ветровым потоком // *Безопасность труда в промышленности*. 2014. № 8. С. 60–62. EDN: SJSJOB.
- Alinot C., Masson C. Aerodynamic simulations of wind turbines operating in atmospheric boundary layer with various thermal stratifications // *Proceedings of the ASME 2002 Wind Energy Symposium*. ASME 2002 Wind Energy Symposium. January 14–17, 2002. Reno, Nevada, USA, 2002. P. 206–215. DOI: <https://doi.org/10.1115/WIND2002-42>.
- Alinot C., Masson C.  $k-\epsilon$  model for the atmospheric boundary layer under various thermal stratifications // *Journal of Solar Energy Engineering*. 2005. Vol. 127, Iss. 4. P. 438–443. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2035704>.
- Baklanov A. Application of CFD methods for modelling in air pollution problems: Possibilities and gaps // *Environmental Monitoring and Assessment*. 2000. Vol. 65, Iss. 1–2. P. 181–189. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1006442514766>.
- Baklanov A., Burman J., Naslund E. Numerical modelling of three-dimensional flow and pollution transport over complex terrain // *The PHOENICS Journal of Computational Fluid Dynamics and its Applications*. 1997. Vol. 10, N 1. P. 57–86.
- Baklanov A., Rigina O. Environmental modeling of dusting from the mining and concentration sites in the Kola Peninsula, Northwest Russia // *The XI World Clear Air and Environment Congress*, 14–18 September 1998, Durban, South Africa, IUAPPA-NACA. Durban, 1998. Vol. 1, 4F-3. P. 1–18.
- Balogh M., Parente A., Benocci C. RANS simulation of ABL flow over complex terrains applying an enhanced  $k-\epsilon$  model and wall function formulation: Implementation and comparison for fluent and OpenFOAM // *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*. 2012. Vol. 104–106. P. 360–368. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2012.02.023>.
- Blocken B., Stathopoulos T., Carmeliet J. CFD simulation of the atmospheric boundary layer: Wall function problems // *Atmospheric Environment*. 2007. Vol. 41, Iss. 2. P. 238–252. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2006.08.019>.
- Flores F., Garreaud R., Muñoz R. C. OpenFOAM applied to the CFD simulation of turbulent buoyant atmospheric flows and pollutant dispersion inside large open pit mines under intense insolation // *Computers & Fluids*. 2014. Vol. 90. P. 72–87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.11.012>.
- Huang Z., Ge S., Jing D., Yang L. Numerical simulation of blasting dust pollution in open-pit mines // *Applied Ecology and Environmental Research*. 2019. Vol. 17, Iss. 5. P. 10313–10333. DOI: [https://doi.org/10.15666/aer/1705\\_1031310333](https://doi.org/10.15666/aer/1705_1031310333).
- Khazins V. M., Shuvalov V. V., Soloviev S. P. Numerical modeling of formation and rise of gas and dust cloud from large scale commercial blasting // *Atmosphere*. 2020. Vol. 11, Iss. 10. Article number: 1112. DOI: <https://doi.org/10.3390/atmos11101112>.
- Nuterman R. B., Baklanov A. A., Starchenko A. V. Modeling of aerodynamics and pollution dispersion from traffic in the urban sublayer // *Mathematical Models and Computer Simulation*. 2010. Vol. 2, Iss. 6. P. 738–752. DOI: <https://doi.org/10.1134/S2070048210060098>.
- Parente A., Benocci C. On the RANS simulation of neutral ABL flows // *Proceedings of the Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010)*, May 23–27, 2010. Chapel Hill, North Carolina, USA, 2010. P. 1–9.
- Physick W. L. Review: Mesoscale modeling in complex terrain // *Earth-Science Reviews*. 1988. Vol. 25, Iss. 3. P. 199–235. DOI: [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(88\)90021-9](https://doi.org/10.1016/0012-8252(88)90021-9).
- Pontiggia M., Derudi M., Busini V., Rota R. Hazardous gas dispersion: A CFD model accounting for atmospheric stability classes // *Journal of Hazardous Materials*. 2009. Vol. 171, Iss. 1–3. P. 739–747. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2009.06.064>.
- Raj K. V. Three dimensional computational fluid dynamics models of pollutant transport in a deep open pit mine under Arctic air inversion and mitigation measures. Dissertation (Ph.D.) University of Alaska Fairbanks, 2015. URL: <https://scholarworks.alaska.edu/handle/11122/5756>.
- Russell A. Computational fluid dynamics modeling of atmospheric flow applied to wind energy research: A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering / Boise State University. Boise, Idaho, USA, 2009. 115 p. URL: <https://scholarworks.boisestate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1068&context=td>.

- Wang Y., Du C., Xu H. Key factor analysis and model establishment of blasting dust diffusion in a deep, sunken open-pit mine // *ACS Omega*. 2021. Vol. 6, Iss. 1. P. 448–455. DOI: <https://dx.doi.org/10.1021/acsomega.0c04881>.
- Westphal D. L., Toon O. B., Carlson T. N. A case study of mobilization and transport of Saharan dust // *Journal of the Atmospheric Sciences*. 1988. Vol. 45, Iss. 15. P. 2145–2175. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1988\)045<2145:ACSOMA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1988)045<2145:ACSOMA>2.0.CO;2).

## References

- Amosov, P. V. 2022. The results of the analysis of numerical simulation of the process of ventilation of the open pit at different locations of the dust and gas cloud and variation of wind flow velocity. *Bulletin of the Saint Petersburg State Institute of Technology (Technical University)*, 60(86), pp. 63–69. DOI: 10.36807/1998-9849-2022-60-86-63-69. EDN: GLRSBT. (In Russ.)
- Amosov, P. V., Baklanov, A. A., Makarov, D. V., Masloboev, V. A. 2022. Numerical modeling of atmospheric pollution in the approaches of random selection of discrete dusting sites and interval distribution of dust size. *Vestnik of MSTU*, 25(1), pp. 61–73. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2022-25-1-61-73>. EDN: YBIHJK. (In Russ.)
- Amosov, P. V., Baklanov, A. A., Masloboev, V. A. 2018a. Justification of the methodical approach to estimation of dust intensity at tailing dump. *Vestnik Kolskogo nauchnogo tsentra*, 1(10), pp. 5–14. DOI: <https://doi.org/10.25702/KSC.2307-5228-2018-10-1-5-14>. (In Russ.)
- Amosov, P. V., Kozyrev, S. A., Nazarchuk, O. V. 2019. Investigation of the influence of the thermal factor on the aerodynamic parameters of the open-pit atmosphere based on three-dimensional computer modeling. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, 11(S37), pp. 322–332. EDN: TNQCLC. (In Russ.)
- Amosov, P. V., Kozyrev, S. A., Nazarchuk, O. V. 2018b. Development of a computer model of atmospheric aerothermodynamics open-pit at Ansys Fluent. *Bulletin of the Saint Petersburg State Institute of Technology (Technical University)*, 44(70), pp. 121–125. DOI: 10.15217/issn1998984-9.2018.44.121. (In Russ.)
- Amosov, P. V., Novozhilova, N. V. 2015. Investigation of the influence of the temperature gradient on the formation of the meteofields of the open-pit atmosphere on the basis of numerical modeling. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, S56, pp. 528–534. (In Russ.)
- Amosov, P., Baklanov, A., Rigina, O. 2014. Numerical modeling of tailings dusting processes. LAP LAMBERT Academic Publishing. (In Russ.)
- Baklanov, A. A. 1988. Numerical modeling in mine aerology. Apatity. (In Russ.)
- Baklanov, A. A., Lukovskyi, V. D., Rigina, O. Yu. 1995. Modern ideas about ventilation of open-pits. Apatity. (In Russ.)
- Bashirov, N. R. 2018. Method of dynamic design of dumps with preliminary simulation of air flow. *Minerals and Mining Engineering*, 2, pp. 40–47. DOI: <https://doi.org/10.21440/0536-1028-2018-2-40-47>. EDN: YSHQWA. (In Russ.)
- Berlyand, M. E. 1975. Modern problems of atmospheric diffusion and atmospheric pollution. Leningrad. (In Russ.)
- Bublik, S. A., Semin, M. A. 2022. Mathematical modeling of heat and air distribution in open-pits with natural ventilation. *Gornoe echo*, 1(86), pp. 126–133. EDN: LWBUVJ. (In Russ.)
- Gendler, S. G., Borisovskij, I. A. 2021. Assessment of the features of the formation of temperature inversions during open-pit mining in the Arctic. *News of the Tula state university. Sciences of Earth*, 4, pp. 59–75. DOI: <https://doi.org/10.46689/2218-5194-2021-4-1-59-75>. EDN: THVQHT. (In Russ.)
- Gridina, E. B., Petrov, I. A. 2017a. The effect of the exhaust air of an underground mine on the atmosphere of a deep open-pit with a combined method of mining the deposit. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, S 5-1, pp. 24–31. EDN: XQMDKX. (In Russ.)
- Gridina, E. B., Petrov, I. A. 2017b. Experience of mathematical modeling of the process of ventilation of the Olenegorsky open-pit in the FlowVision software package. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, S 5-1, pp. 32–42. EDN: XQMDLF. (In Russ.)
- Kachurin, N. M., Stas, G. V., Levin, A. D., Rybak, V. L. 2016. Aerodynamics of coal mine dumps. *News of the Tula State University. Sciences of Earth*, 1, pp. 23–33. EDN: VTFVCB. (In Russ.)
- Kozyrev, S. A., Amosov, P. V. 2015. Modeling of removal of harmful impurities during ventilation of deep open-pits with the help of ventilation mine workings. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, S 56, pp. 390–398. (In Russ.)
- Kozyrev, S. A., Amosov, P. V., Nikitin, R. M., Massan, V. V. 2017. Three-dimensional computer simulation of the aerodynamics of the atmosphere of deep open-pits. *Mining Informational and Analytical Bulletin (scientific and technical journal)*, S 5-1, pp. 84–92. EDN: URRDBR. (In Russ.)
- Kozyrev, S. A., Amosov, P. V. 2014. Ways to normalize the atmosphere of deep open-pits. *Vestnik of MSTU*, 17(2), pp. 231–237. EDN: SMTOEH. (In Russ.)

- Kuptsov, A. I., Akberov, R. R., Islamkhuzin, D. Ya., Gimranov, F. M. 2014. Numerical modeling of the boundary layer of the atmosphere taking into account its stratification. *Fundamentalnye issledovaniya*, 9–7, pp. 1452–1460. EDN: SWOHEJ. (In Russ.)
- Lezhenin, A. A., Raputa, V. F., Yaroslavtseva, T. V. 2016. Numerical analysis of atmospheric circulation and the spread of pollutants in the vicinity of the Norilsk industrial district. *Atmospheric and Oceanic Optics*, 29(6), pp. 467–471. DOI: <https://doi.org/10.15372/aoo20160603>. EDN: VZJPDJ. (In Russ.)
- Marchuk, G. I. 1982. Mathematical modeling in the problem of the environment. Moscow. (In Russ.)
- Methods of mathematical modeling in hydrodynamic problems of the environment. 1983. In coll. articles. Ed. V. V. Penenko. Novosibirsk. (In Russ.)
- Nazarchuk, O. V. 2021. Investigation of the process of atmospheric pollution of the open-pit space from point stationary sources under conditions of temperature inversion and calm. *Problems of Subsoil Use*, 4(31), pp. 97–104. DOI: <https://doi.org/10.25635/2313-1586.2021.04.097>. EDN: QMDJEJ. (In Russ.)
- Normalization of the atmosphere of deep open-pit. 1986. Eds. N. Z. Bitkolov, V. V. Penenko. Leningrad. (In Russ.)
- Penenko, V. V., Aloyan, A. E. 1985. Models and methods for environmental protection tasks. Novosibirsk. (In Russ.)
- Raputa, V. F., Shlychkov, V. A., Lezhenin, A. A., Romanov, A. N. et al. 2014. Numerical analysis of aerosol impurity deposition data from a high-altitude source. *Atmospheric and Oceanic Optics*, 27(8), pp. 713–718. EDN: SMGMXX. (In Russ.)
- Starchenko, A. V., Nuterman, R. B., Danilkin, E. A. 2015. Numerical simulation of turbulent flows and impurity transport in street canyons. Tomsk. (In Russ.)
- Teodorovich, E. V. 1988. Phenomena of turbulent transport and the method of renormalization groups. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 52(2), pp. 218–224. (In Russ.)
- Shlychkov, V. A. 2005. Numerical model of the boundary layer of the atmosphere with details of convective processes based on the vortex-resolving approach. In coll. articles. *Aerosols of Siberia*. Ed. K. P. Kutsebyj. Novosibirsk, pp. 372–389. (In Russ.)
- Shlychkov, V. A., Malbakhov, V. M., Lezhenin, A. A. 2005. Numerical simulation of atmospheric circulation and transport of pollutants in the Norilsk Valley. *Atmospheric and Oceanic Optics*, 18(5–6), pp. 490–496. EDN: HRPJJC. (In Russ.)
- Yastrebova, K. N. 2014. Simulation modeling of the process of flowing around the sides of an open mine by a natural wind flow. *Occupational Safety in Industry*, 8, pp. 60–62. EDN: SJSJOB. (In Russ.)
- Alinot, C., Masson, C. 2002. Aerodynamic simulations of wind turbines operating in atmospheric boundary layer with various thermal stratifications. Proceedings of the ASME 2002 Wind Energy Symposium. ASME 2002 Wind Energy Symposium. January 14–17, 2002. Reno, Nevada, USA, pp. 206–215. DOI: <https://doi.org/10.1115/WIND2002-42>.
- Alinot, C., Masson, C. 2005.  $k-\epsilon$  model for the atmospheric boundary layer under various thermal stratifications. *Journal of Solar Energy Engineering*, 127(4), pp. 438–443. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2035704>.
- Baklanov, A. 2000. Application of CFD methods for modelling in air pollution problems: Possibilities and gaps. *Environmental Monitoring and Assessment*, 65(1–2), pp. 181–189. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1006442514766>.
- Baklanov, A., Burman, J., Naslund, E. 1997. Numerical modelling of three-dimensional flow and pollution transport over complex terrain. *The PHOENICS Journal of Computational Fluid Dynamics and its Applications*, 10(1), pp. 57–86.
- Baklanov, A., Rigina, O. 1998. Environmental modeling of dusting from the mining and concentration sites in the Kola Peninsula, Northwest Russia. The XI World Clear Air and Environment Congress, 14–18 September 1998, Durban, South Africa, IUAPPA-NACA. Durban, Vol. 1, 4F-3, pp. 1–18.
- Balogh, M., Parente, A., Benocci, C. 2012. RANS simulation of ABL flow over complex terrains applying an enhanced  $k-\epsilon$  model and wall function formulation: Implementation and comparison for fluent and OpenFOAM. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 104–106, pp. 360–368. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2012.02.023>.
- Blocken, B., Stathopoulos, T., Carmeliet, J. 2007. CFD simulation of the atmospheric boundary layer: Wall function problems. *Atmospheric Environment*, 41(2), pp. 238–252. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2006.08.019>.
- Flores, F., Garreaud, R., Muñoz, R. C. 2014. OpenFOAM applied to the CFD simulation of turbulent buoyant atmospheric flows and pollutant dispersion inside large open pit mines under intense insolation. *Computers & Fluids*, 90, pp. 72–87. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2013.11.012>.
- Huang, Z., Ge, S., Jing, D., Yang, L. 2019. Numerical simulation of blasting dust pollution in open-pit mines. *Applied Ecology and Environmental Research*, 17(5), pp. 10313–10333. DOI: [https://doi.org/10.15666/aeer/1705\\_1031310333](https://doi.org/10.15666/aeer/1705_1031310333).
- Khazins, V. M., Shuvalov, V. V., Soloviev, S. P. 2020. Numerical modeling of formation and rise of gas and dust cloud from large scale commercial blasting. *Atmosphere*, 11(10). Article number: 1112. DOI: <https://doi.org/10.3390/atmos11101112>.

- Nuterman, R. B., Baklanov, A. A., Starchenko, A. V. 2010. Modeling of aerodynamics and pollution dispersion from traffic in the urban sublayer. *Mathematical Models and Computer Simulation*, 2(6), pp. 738–752. DOI: <https://doi.org/10.1134/S2070048210060098>.
- Parente, A., Benocci, C. 2010. On the RANS simulation of neutral ABL flows. Proceedings of the Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010), May 23–27, 2010. Chapel Hill, North Carolina, USA, pp. 1–9.
- Physick, W. L. 1988. Review: Mesoscale modeling in complex terrain. *Earth-Science Reviews*, 25(3), pp. 199–235. DOI: [https://doi.org/10.1016/0012-8252\(88\)90021-9](https://doi.org/10.1016/0012-8252(88)90021-9).
- Pontiggia, M., Derudi, M., Busini, V., Rota, R. 2009. Hazardous gas dispersion: A CFD model accounting for atmospheric stability classes. *Journal of Hazardous Materials*, 171(1–3), pp. 739–747. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jhazmat.2009.06.064>.
- Raj, K. V. 2015. Three dimensional computational fluid dynamics models of pollutant transport in a deep open pit mine under Arctic air inversion and mitigation measures. Dissertation (Ph.D.) University of Alaska Fairbanks. URL: <https://scholarworks.alaska.edu/handle/11122/5756>.
- Russell, A. 2009. Computational fluid dynamics modeling of atmospheric flow applied to wind energy research. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering. Boise State University. URL: <https://scholarworks.boisestate.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1068&context=td>.
- Wang, Y., Du, C., Xu, H. 2021. Key factor analysis and model establishment of blasting dust diffusion in a deep, sunken open-pit mine. *ACS Omega*, 6(1), pp. 448–455. DOI: <https://dx.doi.org/10.1021/acsomega.0c04881>.
- Westphal, D. L., Toon, O. B., Carlson, T. N. 1988. A case study of mobilization and transport of Saharan dust. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 45(15), pp. 2145–2175. DOI: [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1988\)045<2145:ACSOMA>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1988)045<2145:ACSOMA>2.0.CO;2).

#### Сведения об авторах

**Амосов Павел Васильевич** – Академгородок, 14а, г. Апатиты, Мурманская обл., Россия, 184209; Институт проблем промышленной экологии Севера КНЦ РАН, канд. техн. наук, вед. науч. сотрудник; e-mail: [p.amosov@ksc.ru](mailto:p.amosov@ksc.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7725-6261>

**Pavel V. Amosov** – 14a Akademgorodok, Apatity, Murmansk region, Russia, 184209; Institute of North Industrial Ecology Problems KSC RAS, Cand. Sci. (Engineering), Leading Researcher; e-mail: [p.amosov@ksc.ru](mailto:p.amosov@ksc.ru), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7725-6261>

**Бакланов Александр Анатольевич** – 7 bis, Avenue de la Paix, BP2300, CH-1211 Geneva 2, Switzerland; Всемирная метеорологическая организация, д-р физ.-мат. наук, профессор, науч. сотрудник; e-mail: [aabaklanov@yahoo.com](mailto:aabaklanov@yahoo.com), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5396-8440>

**Alexander A. Baklanov** – 7 bis, Avenue de la Paix, BP2300, CH-1211 Geneva 2, Switzerland; World Meteorological Organization, Dr Sci. (Phys.&Math.), Professor, Science Officer; e-mail: [aabaklanov@yahoo.com](mailto:aabaklanov@yahoo.com), ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5396-8440>