

Моделирование качки судна с подвешенным грузом

А. А. Соловьев, С. Н. Шугай*

*Мурманский арктический университет, г. Мурманск, Россия;
e-mail: shugaysn@mstu.edu.ru

Информация о статье Реферат

Поступила
в редакцию
13.12.2023;

принята
к публикации
26.12.2023

Ключевые слова:

качка судна,
подвешенный груз,
начальная
остойчивость,
регулярное
волнение

Остойчивость судна определяет его способность безопасно совершать плавание при любом состоянии моря. В процессе изучения динамики судна на волнении применяется метод математического моделирования, основанный на линейной теории волн и качки. Модели позволяют получать расчетные формулы и методики, используемые для анализа качки судов, имеющих на борту смещающиеся грузы (жидкие, сыпучие, подвешенные). Влияние подвешенного груза на мореходные качества судна в настоящее время рассматривается только при решении задач статической устойчивости. При решении задач динамики предложены математические модели бортовой качки судна с подвешенным грузом на тихой воде и регулярном волнении и получены линейные дифференциальные уравнения качки судна с подвешенным грузом. Наличие на судне подвешенного груза значительно изменяет параметры качки за счет возникновения кренящего и переменного моментов инерции судна. Предложенные математические методы позволяют моделировать качку на любом регулярном волнении с учетом произвольных значений поперечной метацентрической высоты, веса груза и длины подвеса.

Для цитирования

Соловьев А. А. и др. Моделирование качки судна с подвешенным грузом. Вестник МГТУ. 2024. Т. 27, № 4. С. 591–597. DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2024-27-4-591-597>.

Modeling the motion of a ship with suspended cargo

Andrey A. Solovyov, Sergey N. Shugay*

*Murmansk Arctic University, Murmansk, Russia;
e-mail: shugaysn@mstu.edu.ru

Article info

Received
13.12.2023;

accepted
26.12.2023

Key words:

ship motions,
suspended cargo,
initial stability,
regular waves

Abstract

The stability of a vessel determines its ability to safely navigate in any sea state. In the process of studying the dynamics of a vessel in rough seas, the method of mathematical modeling based on the linear theory of waves and rolling has been used. The models allow obtaining calculation formulas and methods used to analyze the rolling of vessels with shifting cargo on board (liquid, bulk, suspended). The effect of suspended cargo on the seaworthiness of a vessel is currently considered only when solving problems of static stability. When solving problems of dynamics, mathematical models of the roll of a vessel with suspended cargo in calm water and regular waves have been proposed, and linear differential equations of the roll of a vessel with suspended cargo have been obtained. The presence of suspended cargo on a vessel significantly changes the parameters of the roll due to the occurrence of heeling and variable moments of inertia of the vessel. The proposed mathematical methods allow simulating the roll in any regular waves, taking into account arbitrary values of the transverse metacentric height, cargo weight and suspension length.

For citation

Solovyov, A. A. et al. 2024. Modeling the motion of a ship with suspended cargo. *Vestnik of MSTU*, 27(4), pp. 591–597. (In Russ.) DOI: <https://doi.org/10.21443/1560-9278-2024-27-4-591-597>.

Введение

Теоретический анализ качки – колебаний плавающего судна под воздействием внешних сил – представлен в работе известного ученого XVIII в. члена Петербургской Академии наук Леонарда Эйлера "Корабельная наука", изданной в России в 1749 г. Дальнейшее развитие теория качки судна получила в многочисленных трудах отечественных и зарубежных авторов (Собрание..., 1951; Семенов-Тянь-Шанский и др., 1969; Благовещенский и др., 1975; Ремез, 1983; Нечаев, 1989; Чижумов, 1999, 2010).

В настоящее время при совершенствовании теории качки возникла необходимость в строгой математической формулировке задачи о динамике судна на волнении и разработке надежных теоретических методов анализа соответствующих математических моделей. Известные решения для сравнительно простых нелинейных моделей, полученных с помощью бесконечных рядов, не всегда позволяют выявить из найденных выражений наиболее важные зависимости. Исключением являются только простейшие модели, описываемые линейными дифференциальными уравнениями, для которых решение может быть представлено в замкнутой форме, т. е. в виде аналитических формул. Особенность таких моделей состоит в том, что они описывают процессы, протекающие одинаково при различных воздействиях. С увеличением интенсивности воздействия изменения остаются количественными, новые качественные изменения не учитываются.

Область применения линейных моделей, основанных на использовании метацентрических формул в задачах качки и остойчивости, очень широка. Следует отметить, что методы анализа качки и остойчивости с помощью линейных моделей схожи и эффективны при использовании.

Важной задачей при изучении характера поведения судна в морских условиях является моделирование качки судна с находящимся на нем перемещающимся грузом (жидким, подвешенным). В немногих работах, посвященных этой проблеме (Рахманин и др., 1997; Шауб, 2013; Buchner, 2002), рассматривается вопрос о влиянии жидкого груза на динамику судна.

В настоящей статье предложена линейная модель качки судна с подвешенным грузом на тихой воде и регулярном волнении.

Теоретические основы

Влияние подвешенного и жидкого грузов на остойчивость (рис. 1) заключается в создании кренящего момента за счет смещения их центра тяжести при наклонении судна. В теории начальной статической остойчивости действие этого момента учитывается уменьшением восстанавливающего момента посредством введения соответствующих поправок к начальной поперечной метацентрической высоте.

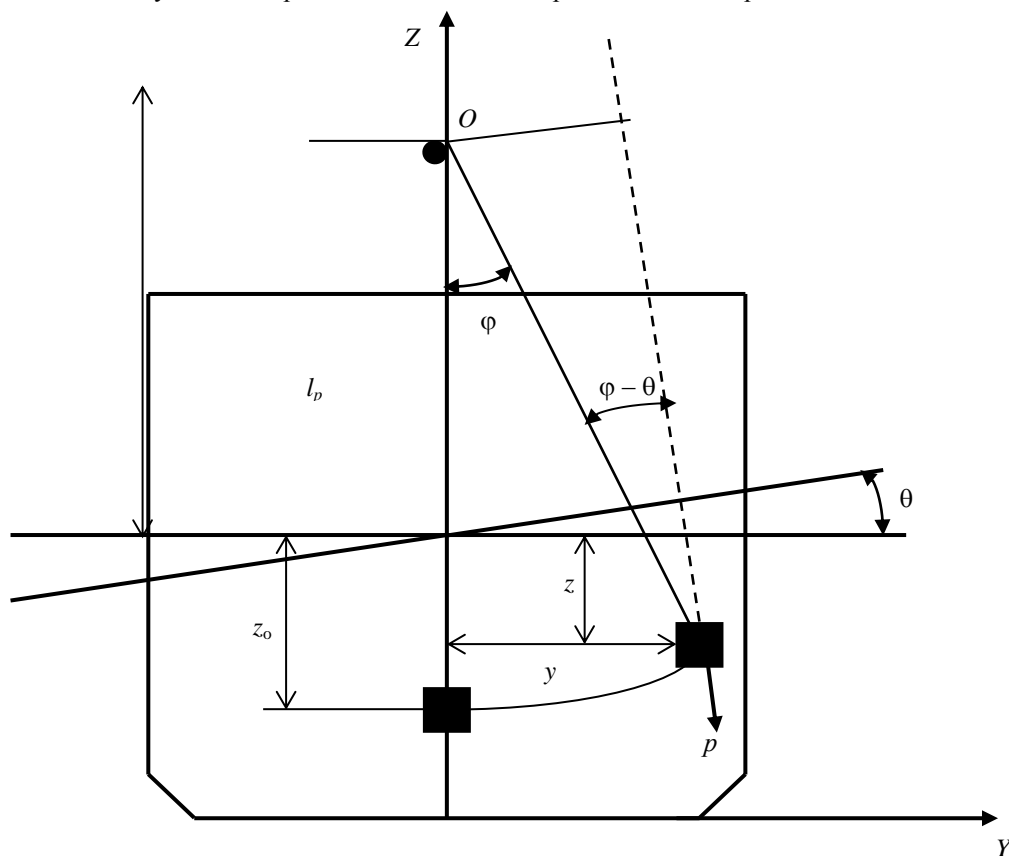


Рис. 1. Влияние подвешенного груза на остойчивость судна
Fig. 1. The influence of suspended load on the stability of a ship

Поправки вычисляются по формулам:
– для подвешенного груза

$$\delta h = -\frac{P}{D} l_p, \quad (1)$$

– для жидкого груза, имеющего свободную поверхность:

$$\delta h = -\frac{P}{D} \rho_x, \quad (2)$$

где p – вес груза; D – весовое водоизмещение судна; l_p – длина подвеса; ρ_x – метацентрический радиус цистерны или танка.

Выражения (1) и (2) идентичны, что позволяет сделать вывод об идентичности влияния на остойчивость судна жидкого груза и подвешенного твердого тела, имеющего длину подвеса, равную ρ_x . В дальнейшем в ходе анализа параметров качки будем рассматривать только подвешенный груз, так как для замены его на жидкий достаточно длину подвеса l_p заменить на метацентрический радиус цистерны, величина которого может быть вычислена по формуле

$$\rho_x = \frac{\gamma i_x}{p}, \quad (3)$$

где γ – удельный вес жидкости; i_x – момент инерции свободной поверхности относительно ее главной центральной оси.

При рассмотрении вопроса о влиянии подвешенного груза на параметры качки судна используем линейную теорию качки корабля. Уравнение бортовой качки на тихой воде представляет собой линейное дифференциальное уравнение второго порядка

$$(J_x + \delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh\theta = 0, \quad (4)$$

где J_x – момент инерции массы судна относительно центральной продольной оси G_x ; δJ_x – присоединенный момент инерции массы воды; $2N_\theta$ – постоянный коэффициент пропорциональности в выражении момента сил сопротивления качке; h – начальная поперечная метацентрическая высота.

Разделив уравнение (4) на множители при второй производной, получим

$$\ddot{\theta} + 2v_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = 0, \quad (5)$$

где

$$v_\theta = \frac{N_\theta}{J_x + \delta J_x}, \quad (6)$$

$$n_\theta^2 = \frac{Dh}{J_x + \delta J_x}, \quad (7)$$

здесь v_θ – коэффициент затухания; n_θ – частота собственных свободных колебаний судна.

Решение уравнения (5), написанное в тригонометрической форме, имеет вид

$$\theta = e^{-v_\theta t} \left[\theta_0 \cos \omega t + \frac{1}{\omega} (\dot{\theta}_0 + v_\theta \theta_0) \sin \omega t \right], \quad (8)$$

где θ_0 и $\dot{\theta}_0$ – начальные значения угла крена и угловой скорости; частота качки с учетом сил сопротивления равна

$$\omega = \sqrt{n_\theta^2 - v_\theta^2}. \quad (9)$$

Уравнение (8) определяет гармоническое затухающее колебательное движение с постоянным периодом $T = \frac{2\pi}{\omega}$ и переменной амплитудой $\theta_0 e^{-v_\theta t}$.

При составлении уравнения бортовой качки судна на тихой воде с учетом наличия подвешенного груза в уравнение (4) необходимо добавить момент инерции и момент силы веса, создаваемый этим грузом. Поэтому момент J_x будем рассматривать как сумму двух составляющих:

$$J_x = J_{x_0} + J_{xp},$$

где J_{x_0} – момент инерции массы судна без подвешенного груза; J_{xp} – момент инерции подвешенного груза.

Момент инерции J_{xp} также состоит из суммы двух составляющих: первая зависит от расположения груза относительно оси наклона при конкретном угле отклонения от вертикали φ и является величиной переменной, вторая – собственный момент инерции массы груза:

$$J_{xp} = \frac{P}{g} (z_\varphi^2 + y_\varphi^2) + \frac{P}{g} \frac{l_z^2 + l_y^2}{12},$$

где z и y – координаты груза при заданном угле φ ; l_z и l_y – линейные размеры груза.

Поскольку второе слагаемое является величиной постоянной, то его можно объединить с моментом инерции судна J_{x_0} .

Как видно из рис. 1, координаты центра тяжести груза при произвольном угле φ могут быть вычислены по следующим формулам:

$$\begin{aligned} z_\varphi &= z_0 - (l_p - l_p \cos \varphi) \approx z_0, \\ y_\varphi &= l_p \sin \varphi \approx l_p \varphi, \end{aligned}$$

где l_p – длина подвеса; φ – угол отклонения линии подвеса от вертикали.

С учетом полученных зависимостей общий момент инерции массы судна будет вычисляться по формуле

$$J_x = J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2]. \quad (10)$$

Момент силы веса подвешенного груза, противоположный по знаку восстанавливающему моменту, вычисляется так:

$$M_p = pl_p \sin(\varphi - \theta) \approx pl_p (\varphi - \theta). \quad (11)$$

С учетом выражений (10) и (11) уравнение качки судна на тихой воде с подвешенным грузом имеет вид

$$\left\{ J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2] + \delta J_x \right\} \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh\theta - pl_p (\varphi - \theta) = 0. \quad (12)$$

Раскрывая скобки и группируя слагаемые, содержащие θ , получим выражение

$$\left\{ J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2] + \delta J_x \right\} \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + (Dh + pl_p)\theta - pl_p \varphi = 0. \quad (13)$$

Разделив на множитель при второй производной, получим

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta - m_\theta \varphi = 0, \quad (14)$$

где

$$\nu_\theta = \frac{N_\theta}{J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2] + \delta J_x}, \quad (15)$$

$$n_\theta^2 = \frac{Dh + pl_p}{J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2] + \delta J_x}, \quad (16)$$

$$m_\theta = \frac{pl_p}{J_{x_0} + \frac{P}{g} [z_0^2 + (l_p \varphi)^2] + \delta J_x}. \quad (17)$$

Из формул (15) и (16) видно, что коэффициент затухания ν_θ , частота собственных колебаний n_θ и зависящий от них период качки T являются переменными величинами, так как зависят от угла φ , значение которого может быть определено из решения дифференциального уравнения качания подвешенного груза

$$J_\varphi \ddot{\varphi} + N_\varphi \dot{\varphi} + pl_p (\varphi - \theta) = 0, \quad (18)$$

где $J_\varphi = \frac{P}{g} l_p^2$ – момент инерции подвешенного груза относительно точки подвеса; N_φ – постоянный коэффициент пропорциональности в выражении момента сил сопротивления качанию груза.

Таким образом, для расчета параметров качки судна с подвешенным грузом необходимо решение системы двух дифференциальных уравнений (14) и (18), реализовать которое можно только численными методами.

Бортовая качка судна на регулярном волнении описывается уравнением

$$(J_x + \delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh(\theta - \alpha) = 0, \quad (19)$$

где α – текущий угол волнового склона.

После преобразования уравнение будет иметь вид

$$(J_x + \delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh\theta = Dh\alpha. \quad (20)$$

Угол волнового склона в данном месте и данный момент времени вычисляется по формуле

$$\alpha = \alpha_m \sin \sigma t, \quad (21)$$

где $\alpha_m = \aleph_{\theta_b} \aleph_{\theta_T} \alpha_o$; $\alpha_o = \frac{2\pi r_b}{\lambda}$; α_o – наибольший угол волнового склона; α_m – исправленный угол волнового склона; \aleph_{θ_b} , \aleph_{θ_T} – поправочные коэффициенты, учитывающие конечные размеры судна; $2r_b$ – высота волны; λ – длина волны; σ – частота волны.

С учетом приведенных выражений (21), уравнение (20) принимает следующий вид:

$$(J_x + \delta J_x) \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + Dh\theta = \alpha_m Dh \sin \sigma t. \quad (22)$$

Разделив все члены уравнения (22) на коэффициент при второй производной, приводим его к виду

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta = \alpha_m n_\theta^2 \sin \sigma t. \quad (23)$$

Общий интеграл уравнения (23) имеет вид

$$\theta = e^{-\nu t} (C_1 \cos n_\theta t + C_2 \sin n_\theta t) + \bar{\theta}, \quad (24)$$

где $\bar{\theta}$ – частное решение уравнения, которое определяет вынужденные колебания и находится по формуле

$$\bar{\theta} = \theta_m \sin(\sigma t - \delta), \quad (25)$$

здесь

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\nu_\theta \sigma}{n_\theta^2 - \sigma^2}, \quad (26)$$

$$\theta_m = \frac{\alpha_m n_\theta^2}{\sqrt{(n_\theta^2 - \sigma^2)^2 + 4\nu_\theta^2 \sigma^2}}. \quad (27)$$

Итак, общий интеграл дифференциального уравнения бортовой качки в абсолютных координатах рассчитывается как

$$\theta = e^{-\nu t} \left(\theta_0 \cos \omega t + \frac{1}{\omega} (\dot{\theta}_0 + \nu \theta_0) \sin \omega t \right) + \theta_m \sin(\sigma t - \delta). \quad (28)$$

Для составления уравнения, описывающего бортовую качку судна с учетом подвешенного груза, уравнение (20) необходимо дополнить моментом веса подвешенного груза и моментом инерции его массы; после преобразований данное уравнение приводится к следующему виду:

$$\left\{ J_{x_0} + \frac{p}{g} \left[z_o^2 + (l_p \varphi)^2 \right] + \delta J_x \right\} \ddot{\theta} + 2N_\theta \dot{\theta} + (Dh + pl_p) \theta - pl_p \varphi = Dh \alpha. \quad (29)$$

Разделив все члены уравнения (29) на коэффициент при второй производной и учитывая выражения (21), получим формулу

$$\ddot{\theta} + 2\nu_\theta \dot{\theta} + n_\theta^2 \theta - m_\theta \varphi = \alpha_m n_\theta^2 \sin \sigma t, \quad (30)$$

где $n_\theta^2 = \frac{Dh}{J_{x_0} + \frac{p}{g} \left[z_o^2 + (l_p \varphi)^2 \right] + \delta J_x}$; коэффициенты ν_θ , n_θ^2 и m_θ вычисляются по выражениям (15)–(17)

соответственно.

Моменты инерции J_{x_0} обычно находятся по приближенным формулам. Из опубликованных в технической литературе приближенных формул, дающих более точные результаты, наиболее часто рекомендуют:

1) формулу Шиманского $J_{x_0} = \frac{D}{g} \left(\frac{B^2 \alpha^2}{11,4\delta} + \frac{H^2}{12} \right)$, где B – ширина судна; H – высота борта;

α – коэффициент полноты площади ватерлинии; δ – коэффициент общей полноты. Формула выведена в предположении, что корпус судна представляет сплошной параболический цилиндр;

2) формулу Дуайера $J_{x_0} = \frac{D}{12g} (B^2 + 4z_g^2)$, где z_g – аппликата центра тяжести судна. Формула

предполагает, что корпус судна представляет собой сплошной прямоугольный параллелепипед шириной B и высотой $2z_g$;

3) формулу Павленко $J_{x_0} = \frac{D}{16g} (B^2 + H^2)$;

4) эмпирическую формулу $J_{x_0} + \delta J_x = \frac{D}{g} \rho_x^2$, где ρ_x – приведенный радиус инерции судна с учетом

присоединенной массы воды $\rho_ч = cB$. Эмпирический коэффициент c вычисляется по рекомендованной ИМО и Российским морским регистром судоходства формуле $c = 0,373 + 0,023B/d - 0,043L_{wl}/100$, где L_{wl} – длина судна по ватерлинии.

Момент инерции присоединенной массы определяется по формуле

$$\delta J_x = \frac{D}{12g} (B^2 + 4d^2) \frac{\pi}{108}.$$

Результаты и обсуждение

Уравнения (4) и (22) описывают качку судна на тихой воде и на регулярном волнении без учета момента, создаваемого подвешенным грузом; системы уравнений (14), (18) и (29), (18) – с учетом влияния подвешенного груза на кренящий момент и момент инерции судна.

Для вычислений была использована математическая модель судна водоизмещением 1 000 т, длиной 50 м, шириной 9 м; осадка 3,68 м; начальная поперечная метацентрическая высота 1,0 м.

Инклинограммы качки судна на тихой воде, полученные посредством решения уравнения (4) и системы уравнений (14), (18), показывают классические периодические затухающие колебания (рис. 2) и выраженную аperiodичность, вызванную влиянием подвешенного груза (рис. 3).

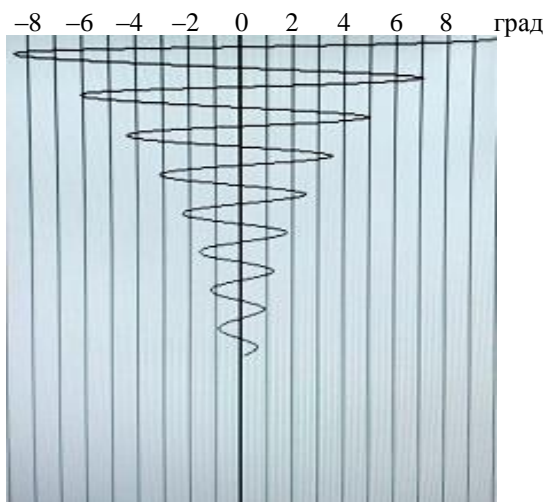


Рис. 2. Качка судна без подвешенного груза на тихой воде
Fig. 2. Rolling of a ship without suspended cargo on calm water

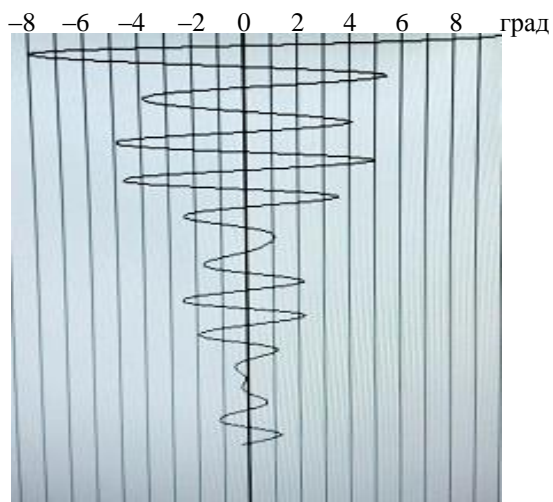


Рис. 3. Качка судна с подвешенным грузом на тихой воде
Fig. 3. Rolling of a ship with suspended cargo on calm water

Инклинограммы качки судна на регулярном волнении получены в результате решения уравнения (22) и системы уравнений (29), (18). Качка судна на регулярном волнении имеет постоянный период (рис. 4), а наличие подвешенного груза (рис. 5) увеличивает амплитуду и период качки.

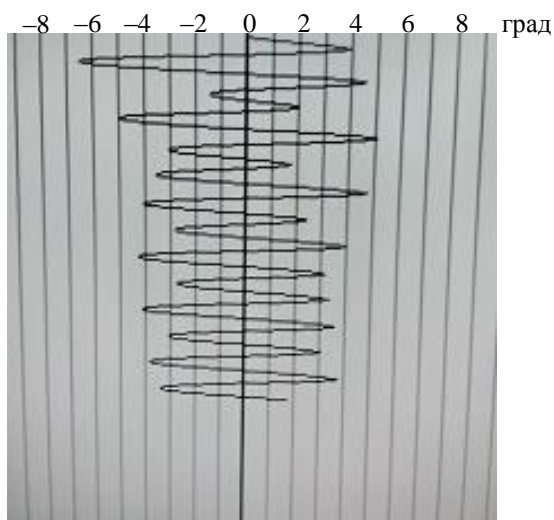


Рис. 4. Качка судна без подвешенного груза на волнении
Fig. 4. Rolling of a ship without suspended cargo in rough seas

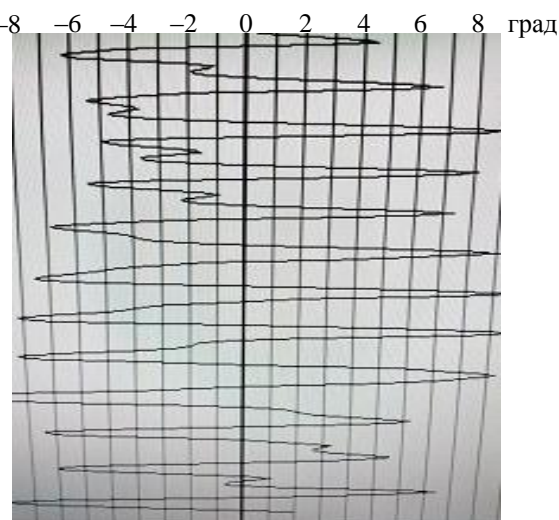


Рис. 5. Качка судна с подвешенным грузом на волнении
Fig. 5. Rolling of a ship with suspended cargo in rough seas

Заключение

В результате исследования получены линейные дифференциальные уравнения качки судна с подвешенным грузом на тихой воде и регулярном волнении. Наличие на судне подвешенного груза значительно изменяет параметры качки за счет возникновения кренящего и переменного моментов инерции судна.

Предложенные математические методы позволяют моделировать качку на любом регулярном волнении с учетом произвольных значений поперечной метацентрической высоты, веса груза и длины подвеса.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Библиографический список

- Благовещенский С. Н., Холодильник А. Н. Справочник по статике и динамике корабля. В 2 ч. Ч. 2. Динамика (качка) корабля. Л. : Судостроение, 1975. 175 с.
- Нечаев Ю. И. Моделирование остойчивости на волнении. Современные тенденции. Л. : Судостроение, 1989. 240 с.
- Рахманин Н. Н., Живица С. Г. Влияние динамики жидкого груза на остойчивость судна // Научно-технический сб. Вып. 20, т. 2. Российский морской регистр судоходства. С.-Петербург, 1997.
- Ремез Ю. В. Качка корабля. Л. : Судостроение, 1983. 328 с.
- Семенов-Тянь-Шанский В. В., Благовещенский С. Н., Холодильник С. Н. Качка корабля. Л. : Судостроение, 1969. 392 с.
- Собрание трудов академика А. Н. Крылова / отв. ред. В. И. Смирнов, Ю. А. Шиманский. М. ; Л.: Изд-во Акад. наук СССР, 1936–1956. Т. 11. Качка корабля: Качка корабля, 1951. 469 с.
- Чижиумов С. Д. Основы динамики судов на волнении. Комсомольск-на-Амуре : КиАГТУ, 2010. 110 с.
- Чижиумов С. Д. Численные модели в задачах динамики судна. Владивосток : Изд-во Дальневост. ун-та, 1999. 182 с.
- Шaub П. А. Качка поврежденного корабля. Динамическая непотопляемость. СПб. : Моринтех, 2013. 144 с.
- Buchner B. Green Water on Ship-type Offshore Structures. Grafisch Bedrijf Ponsen & Looijen bv, Wageningen, The Netherlands, 2002.

References

- Blagoveshchensky, S. N., Kholodilin, A. N. 1975. Handbook on ship statics and dynamics. In 2 parts. Vol. 2. Leningrad. (In Russ.)
- Nechaev, Yu. I. 1989. Modeling of stability in waves. Modern trends. Leningrad. (In Russ.)
- Rakhmanin, N. N., Zhivitsa, S. G. 1997. Influence of liquid cargo dynamics on ship stability. *Science and Technology Digest*, 20, vol. 2. St. Petersburg. (In Russ.)
- Remez, Yu. V. 1983. Ship motions. Leningrad. (In Russ.)
- Semenov-Tyanshansky, V. V., Blagoveshchensky, S. N., Kholodilin, S. N. 1969. Ship motions. Leningrad. (In Russ.)
- Collected papers of Academician A. N. Krylov. 1951. Eds.: Smirnov V. I., Shimansky Yu. A. Vol. XI. Ship motions. Moscow ; Leningrad. (In Russ.)
- Chizhiumov, S. D. 2010. Fundamentals of ships dynamics in waves. Komsomolsk-on-Amur. (In Russ.)
- Chizhiumov, S. D. 1999. Numerical models in ship dynamics problems. Vladivostok. (In Russ.)
- Shaub, P. A. 2013. Damaged ship motions. Dynamic unsinkability. St. Petersburg. (In Russ.)
- Buchner, B. 2002. Green water on ship-type offshore structures. Grafisch Bedrijf Ponsen & Looijen bv, Wageningen, The Netherlands.

Сведения об авторах

Соловьев Андрей Аркадьевич – ул. Спортивная, 13, г. Мурманск, Россия, 183010;
Мурманский арктический университет, д-р техн. наук, профессор;
e-mail: solovievaa@mstu.edu.ru

Andrey A. Soloviev – 13 Sportivnaya Str., Murmansk, Russia, 183010;
Murmansk Arctic University, Dr Sci. (Engineering), Professor;
e-mail: solovievaa@mstu.edu.ru

Шугай Сергей Николаевич – ул. Спортивная, 13, г. Мурманск, Россия, 183010;
Мурманский арктический университет, доцент;
e-mail: shugaesn@mstu.edu.ru

Sergey N. Shugay – 13 Sportivnaya Str., Murmansk, Russia, 183010;
Murmansk Arctic University, Associate Professor;
e-mail: shugaesn@mstu.edu.ru